

접촉분석에 의한 소결체-피복관 상호작용 해석
Analysis of Pellet-Cladding Mechanical Interaction by Lagrange multiplier
method

김영민, 허성필, 양용식, 이찬복, 김대호, 방제건, 정연호

한국원자력연구소

요 약

접촉분석법의 하나인 Lagrange multiplier 법을 이용하여 소결체-피복관 접촉분석 절차를 설정하였다. 소결체 및 피복관의 접촉상태를 개방, 부착, 미끄럼 상태로 정의하여, 접촉시 변형 및 접촉압력을 계산하는 분석절차를 구성하였다. 접촉분석절차를 열탄소성해석 유한요소프로그램에 삽입하여, 선출력 및 마찰계수 변화에 따른 소결체-피복관의 기계적 거동을 계산하였다. 같은 계산을 상용코드인 ABAQUS를 이용하여 수행하였고, 결과를 서로 비교하였다. 계산 대상 선출력 및 마찰계수의 전 범위에서 유한요소프로그램 및 ABAQUS 결과가 잘 일치하였다.

ABSTRACTS

The procedure analyzing the pellet-cladding mechanical interaction was set up by using Lagrange multiplier method. The procedure was inserted into thermo-elasto-plastic finite element program and used to calculate displacements and contact pressures when pellet and cladding are contacted. Strains and stresses were calculated at various linear heat generation rates between 130 and 600 W/cm and friction coefficients between 0 and 1 by using finite element program and ABAQUS. Results of both programs showed very good agreement.

1. 서 론

소결체-피복관 상호작용(pellet-cladding interaction)은 일차 냉각계통의 고압에 의한 피복관의 크리프다운(creep down)과 팽윤, 열팽창 등에 의한 소결체의 부피 증가로 소결체와 피복관이 접촉하는 현상을 말한다[1]. 고출력일수록 소결체와 피복관이 큰 압력으로 접촉하여 피복관 내면에 큰 원주방향 응력이 작용하게 된다. 접촉 부위에 응력이 어떤 한계치 이상으로 발생하고, 부식성 핵분열생성물이 침투하면 피복관 내부에 균열이 일어나고 결국 피복관이 파손된다. 이러한 소결체-피복관 상호작용에 의한 핵연료봉 손상을 방지하기 위하여 보통

출력변화율을 제한하여 운전한다[2]. 소결체-피복관 상호작용 해석은 핵연료의 성능평가지 반드시 수행해야할 분야 중의 하나이다.

일반적으로 접촉분석을 위한 기본 수치해석 방법으로 penalty 법과 Lagrange multiplier 법을 들 수 있다[3]. 현재 사용되고 있는 핵연료봉 성능분석 코드에서의 접촉분석은 위 두 방법에 기초한 수치해석 방법을 유한요소모델에 적용하여 수행되고 있다[4-6].

본 연구에서는 일반 접촉분석법의 하나인 Lagrange multiplier 법을 이용하여 소결체-피복관 접촉분석 절차를 설정하였다. 이 절차를 열탄소성해석 유한요소프로그램[7]에 삽입하여 선출력에 따른 소결체-피복관 접촉 거동을 계산하였다. 또한 상용 구조해석 소프트웨어인 ABAQUS[8]를 이용하여 같은 계산을 수행하여 유한요소프로그램 계산결과와 비교하였다.

2. 소결체 및 피복관에 대한 접촉분석

소결체 및 피복관에 대한 접촉분석 절차는 그 구현이 용이한 Lagrange multiplier 법으로 설정하였다. 유한요소모델에 의한 구조해석을 하면 식 (1)의 potential energy Π 를 얻을 수 있다[3]. 소결체와 피복관이 아직 접촉되지 않았을 경우, 이 potential energy를 최소화하여 변위증분을 구할 수 있는 유한요소식을 얻을 수 있다.

$$\Pi = \frac{1}{2}\{\Delta d\}^T[K]\{\Delta d\} - \{\Delta d\}^T\{\Delta F\}, \quad (1)$$

여기서 $\{\Delta d\}$ 는 변위증분벡터, $[K]$ 는 강성행렬, $\{\Delta F\}$ 는 하중증분벡터이다. 소결체와 피복관이 접촉되었을 경우 접촉지점에서는 크기가 같고 방향이 반대인 접촉력이 접촉면의 수직 및 접선방향으로 작용한다. 이때 갭의 간격은 당연히 0이 되고, 이것을 constraint로 하여 식 (1)의 potential energy에 Lagrange multiplier 법을 적용하면 다음의 새로운 potential energy를 얻을 수 있다[3].

$$\Pi^* = \frac{1}{2}\{\Delta d\}^T[K]\{\Delta d\} - \{\Delta d\}^T\{\Delta F\} + \int_{\Gamma} g\lambda d\Gamma, \quad (2)$$

여기서 g 는 갭의 두께, λ 는 Lagrange multiplier, Γ 는 접촉면적이다. 항상 $g \geq 0$, $\lambda \leq 0$ 의 값을 갖는다. 물리적 의미로 보면 $g > 0$ 일 때 $\lambda = 0$ 이고, $g = 0$ 일 때 $\lambda < 0$ 이기 때문에 항상 $g\lambda = 0$ 이다. 또한 λ 는 수직방향 접촉압력증분이라는 물리적 의미를 갖게 된다. 식 (2)의 potential energy Π^* 를 최소화하면 변위증분과 수직방향 접촉압력증분을 구할 수 있는 유한요소식을 얻을 수 있다. Coulomb의 마찰법칙을 적용하면 접선방향 접촉압력증분은 다음과 같다[9].

$$t = \tau\mu\lambda, \quad (3)$$

$$\tau = \begin{cases} +1, & \Delta w_P - \Delta w_C > 0 \\ 0, & \Delta w_P - \Delta w_C = 0 \\ -1, & \Delta w_P - \Delta w_C < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

여기서 Δw_p 는 소결체 갭 절점의 접선방향 변위증분, Δw_c 는 피복관 갭 절점의 접선방향 변위증분, μ 는 마찰계수이고, τ 는 무차원 변수이다. τ 가 0일때는 접촉점이 붙어서 같이 움직이는 부착(stick) 상태를 의미하며, 이때 접선방향 접촉력은 없다. τ 가 +1 혹은 -1일때는 소결체 및 피복관 접촉점의 접선방향의 변위증분의 크기가 서로 다른 미끄림(slip) 상태이며, 접선방향 접촉력이 $|\mu\lambda|$ 의 크기로 τ 의 부호에 부합되게 작용한다. 미끄림 상태일 때 접선방향 접촉력을 유한요소식의 하중 벡터에 추가하여야 한다.

이상 접촉점의 접촉상태로써 개방(open), 부착, 미끄림 상태가 정의되고, 각 접촉상태에 따라 서로 다른 유한요소식이 결정된다. 접촉상태에 따른 유한요소식 및 갭 상태를 표 1에 정리하여 나타내었다. 그림 1에는 접촉분석이 수행되는 반복과정을 나타내었다. 접촉점의 새로운 접촉상태는 갭 두께와 τ 에 따라 결정된다. 갭 두께가 0보다 크면 개방상태이고, 갭 두께가 0이고 τ 가 0이면 부착상태, 갭 두께가 0이고 τ 가 1 혹은 -1이면 미끄림 상태로 판단된다. 이전 및 현 반복 단계의 갭 상태가 일치하면 계산을 종료한다.

3. 계산 절차 및 자료

접촉분석 포트란 루틴을 열탄소성해석 유한요소프로그램에 삽입하였다. 이 유한요소프로그램에서 변위 및 접촉압력은 load incremental 방법으로 계산된다. 이 방법에서는 실제로 적용되는 하중을 여러 개의 작은 값으로 나누어 적용하며, 각 하중단계에서의 절점의 변위증분이 계산된다. 각 하중단계의 변위증분을 합하여 총변위를 계산하고, 변형률 및 응력은 총변위에 간단한 변환행렬을 곱하여 계산된다.

계산 대상으로 한 소결체 및 피복관에 대한 차원 및 물질 자료를 표 2에 나타내었다. 표 2에서 알 수 있듯이 접시모양(dish)의 소결체를 고려하였다. 계산 결과는 축 및 반경 방향의 대칭성을 이용하여 우상부의 소결체 및 피복관에 대하여만 수행하여 나타내었다. 그림 2에는 소결체 및 피복관에 작용하는 하중을 나타내었다. 그림 2에서 피복관 외면에는 냉각수 압력이 작용하고, 상부에는 축 방향 하중이 작용한다. 소결체와 피복관이 접촉되지 않았을 때, 갭에는 핵분열 기체에 의한 압력이 작용하고, 접촉이 일어나면 소결체와 피복관의 계면에 기체압력과 접촉압력이 동시에 작용한다. 선출력에 따른 소결체 및 피복관의 열하중으로 그림 3의 선출력에 따른 온도 분포를 적용하였다. 소결체 상부는 구속되지 않고 자유롭게 팽창한다고 가정하였다. 소결체 및 피복관에 대한 유한요소모델로 그림 4와 같이 이차원 축대칭 모델을 선정하였다. 소결체는 반지름 방향으로 5개, 축 방향으로는 3개의 요소로 구분하였다. 피복관은 축 방향으로만 3개의 요소로 나누었다. 유한요소는 8 절점의 serendipity 요소로 선정하였다. 소결체 및 피복관 모두 탄소성을 갖는다고 가정하였다. 표 3에는 소결체 및 피복관에 대한 열 및 기계적 특성자료를 나타내었다[6].

마찰계수가 0.3일 때 선출력이 131.3, 196.9, 262.5, 328.2, 393.8, 500, 600 W/cm인 경우와 선출력이 500 W/cm일 때 마찰계수가 0, 0.3, 0.5, 1인 경우에 대하여 계산을 수행하였다. 유한요소프로그램과 상용 구조해석 소프트웨어인 ABAQUS로 같은 계산을 각각 별도로 수행하였다.

4. 결 과

그림 5에 각 선출력에서의 소결체 및 피복관 상부의 원주방향 변형률을 나타내었다. 계

산 대상 선출력의 전 범위에서 ABAQUS 및 유한요소프로그램(그림에서 INFRA-FEM으로 표시하였음) 결과가 잘 일치하고 있다. 선출력이 증가할수록 원주방향 변형률이 증가하고 있다. 그림 6에는 각 선출력에서의 소결체 및 피복관 상부 및 축방향 중심의 원주방향 응력을 나타내었다. 변형률의 경우와 마찬가지로 계산 대상 선출력의 전 범위에서 ABAQUS 및 유한요소프로그램 결과가 잘 일치하고 있다.

그림 7에 선출력 500 W/cm 일 때 각 마찰계수에서 소결체 및 피복관 상부의 원주방향 변형률을 나타내었다. 전 범위의 마찰계수의 값에서 ABAQUS 및 유한요소프로그램 결과가 잘 일치하고 있다. 그림 8에는 선출력 500 W/cm 일 때 유한요소프로그램으로 계산한 상부의 원주방향 변형률을 나타내었다. 마찰계수가 증가할수록 변형률이 커지고 있다. 이는 접촉 절점이 미끄럼상태에 있을 때는 마찰계수가 클수록 더 큰 접선방향 접촉력을 받기 때문이다. 그림 9에 선출력 500 W/cm 일 때 각 마찰계수에서 소결체 및 피복관 축방향 중심의 원주방향 응력을 나타내었다. 전 범위의 마찰계수의 값에서 ABAQUS 및 유한요소프로그램 결과가 잘 일치하고 있다. 그림 10에는 선출력 500 W/cm 일 때 유한요소프로그램으로 계산한 축방향 중심의 원주방향 응력을 나타내었다. 소결체의 반경방향 중심부에서는 마찰계수가 증가할수록 압축응력이 증가하고 있다. 소결체 외부 및 피복관의 경우는 마찰계수 변화에 의한 응력 변화가 거의 없다.

그림 11에 선출력 500 W/cm 일 때 소결체 및 피복관의 변형 후 형상을 나타내었다. 소결체 및 피복관이 접촉되어 있고, 소결체 축 방향 중심보다 상하부에서 소결체가 피복관을 더 밖으로 밀어내어 모래시계의 모양을 나타내고 있다.

5. 결 론

Lagrange multiplier법을 이용하여 소결체 및 피복관의 접촉분석을 수행하는 절차를 설정하여 유한요소프로그램에 삽입하였다. 마찰계수가 0.3일 때 선출력이 131 ~ 600 W/cm인 경우와 선출력이 500 W/cm일 때 마찰계수가 0 ~ 1인 경우에 대하여 유한요소프로그램과 상용 소프트웨어인 ABAQUS를 이용하여 변형률 및 응력을 계산하여 비교하였다. 원주방향의 변형률과 응력은 계산 대상으로 한 전범위의 선출력 및 마찰계수에서 각각 잘 일치하였다. 선출력이 증가할수록 원주방향 변형률이 증가하였다. 선출력 500 W/cm 일 때 소결체 및 피복관의 변형 후의 형상이 뚜렷한 모래시계 모양으로 나타났다. 결과로 Lagrange multiplier법에 의해 구현된 소결체-피복관 접촉분석 절차가 타당하다고 판단된다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. 이기순, 핵연료개론, 효일, 서울 (2001)
2. Bailly, H., D. Menessier and C. Prunier, editors, The Nuclear Fuel of Pressurized Water Reactors and Fast Reactors: design and behaviour, Incept Ltd, UK (1999).

3. Underhill, W.R.C., M.A. Dokainish, G.E. Oravas, "A method for contact problems using virtual elements," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 143, pp. 229-247 (1997).
4. Brochard, J., F. Bentejac, N. Hourdequin, S. Seror, C. Verdeau, O. Fandeur, S. Lansart and P. Verpeaux, "Modelling of Pellet Cladding Interaction in PWR Fuel," SMiRT 16, Washington DC (2001).
5. Massih, A.R., T. Rajala and L.O. Jernkvist, "Analyses of Pellet-Clad Mechanical Interaction Behaviour of Different ABB Atom Fuel Rod Designs," SMiRT-12 (1993).
6. Suzuki, M., Light Water Reactor Fuel Analysis Code FEMAXI-V (VER.1), JAERI-Data/Code 2000-030 (2000).
7. 권영두 외, 유한요소 분석모듈 기술개발, KAERI/CM-399/99 (2000).
8. ABAQUS/Standard, User's Manual, ver. 5.8, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., U.S.A. (1998).
9. Bathe, K.J., Finite Element Procedure, Prentice-Hall, Inc. (1996).

표 1 접촉상태에 따른 유한요소식, 갭 두께 및 접촉압력

Contact status	Open	Stick	Slip
FEM equation	$[K]\{\Delta d\} = \{\Delta F\}$	$\begin{bmatrix} [K] & \{e_k^{ST}\} \\ \{e_k^{ST}\}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta d\} \\ I_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta F\} \\ -\int_{\Gamma} g_k^{(n-1)} d\Gamma \end{Bmatrix}$	$\begin{bmatrix} [K] & \{e_k^{SL1}\} \\ \{e_k^{SL1}\}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta d\} \\ I_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta F\} \\ -\int_{\Gamma} g_k^{(n-1)} d\Gamma \end{Bmatrix}$
Gap thickness	> 0	0	0
Contact Pressure increment	$\lambda_k = 0$ $t_k = 0$	$\lambda_k \leq 0$ $t_k = 0$	$\lambda_k \leq 0$ $t_k = \tau_k \mu \lambda_k$

Note. λ_k = normal contact pressure increment, t_k = tangential contact pressure increment, n = load step
 k = contact node pair number, μ = frictional coefficient, $\tau_k = +1, 0, -1$, Γ = contact area

$$\{e_k^{ST}\}^T = \{0 \ \dots \ 0 \ -1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0\} \cdot \int_{\Gamma} d\Gamma$$

$$\{e_k^{SL1}\}^T = \{0 \ \dots \ 0 \ -1 \ -t_k \mathbf{m} \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ t_k \mathbf{m} \ 0 \ \dots \ 0\} \cdot \int_{\Gamma} d\Gamma$$

$$\int_{e_k^{SL1}}^T = \{0 \ \dots \ 0 \ -1 \ \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ \ 0 \ 0 \ \dots \ 0\} \cdot \int_{\Gamma} d\Gamma$$

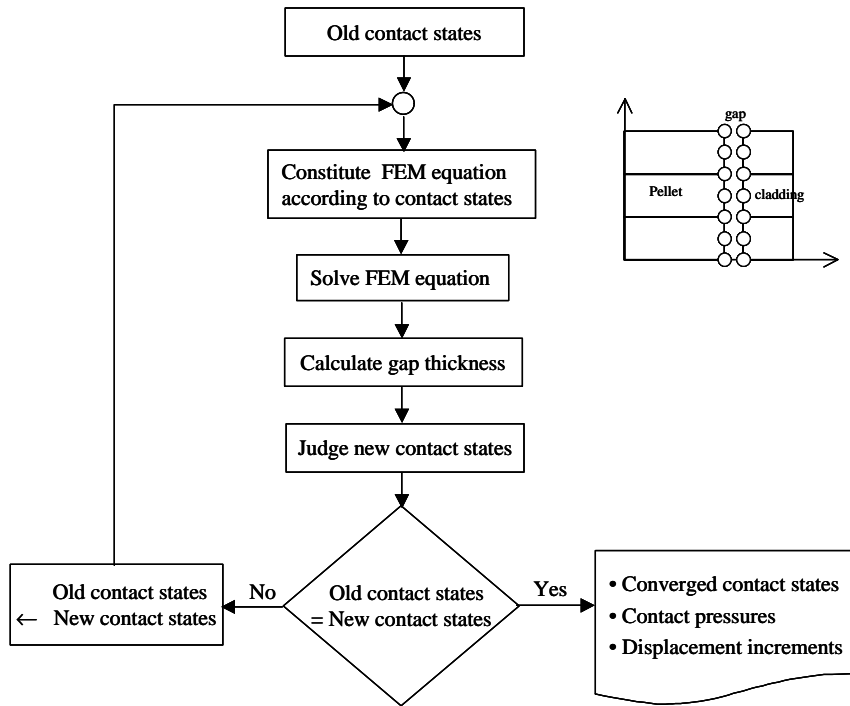


그림 1 접촉분석 절차

표 2 소결체 및 피복관에 대한 차원 및 물질 자료

Item	Values
Pellet material	Uranium Dioxide
Pellet outside diameter (mm)	10.86
Pellet length (mm)	12.70
Pellet dish depth (mm)	0.0343
Pellet dish sphere radius (mm)	25.3
Pellet dish shoulder (mm)	1.28
Fractional density of UO ₂	0.99
Gap thickness (mm)	0.02
Cladding material	Zircaloy
Cladding outside diameter (mm)	12.79
Cladding inside diameter (mm)	10.91

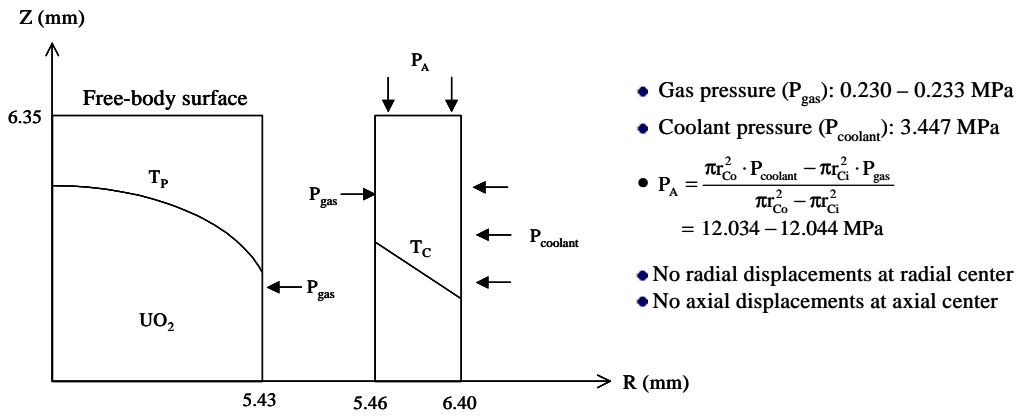


그림 2 소결체 및 피복관에 작용하는 열 및 기계적 하중

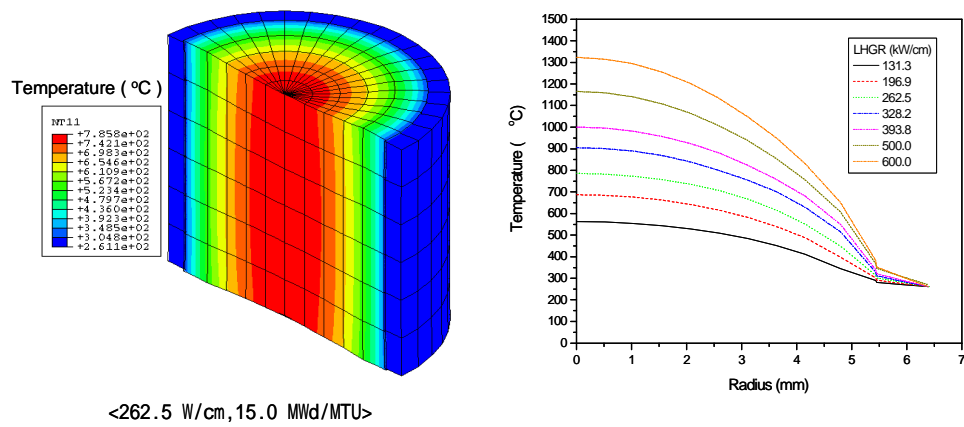


그림 3 선출력에 따른 소결체 및 피복관의 온도 분포

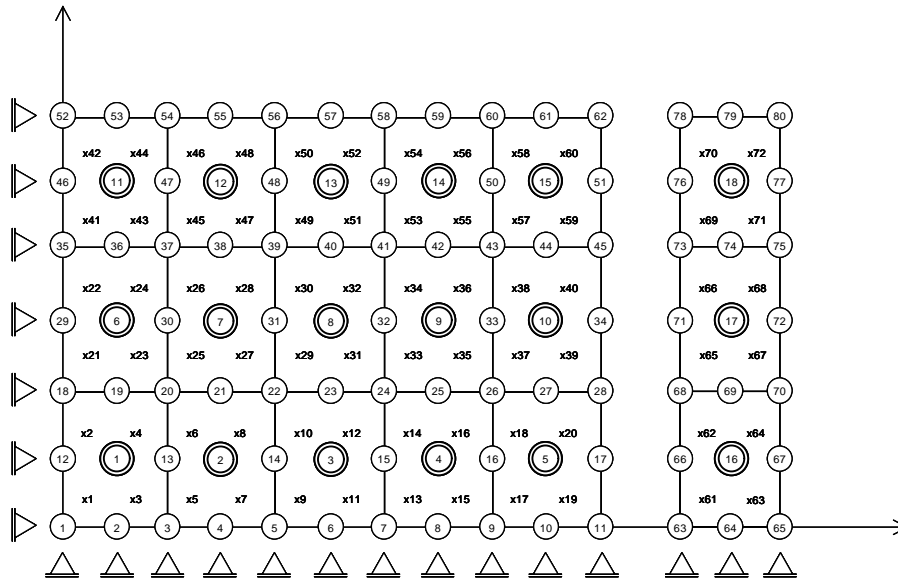


그림 4 소결체 및 피복관의 유한요소모델

표 3 소결체 및 피복관에 대한 열 및 기계적 특성자료 [3]

Property / Material	UO ₂	Zircaloy
Young's modulus, E (Pa)	$2.26 \times 10^{11} (1 - 1.131 \times 10^{-4} T) [1 - 2.62(1 - D)]$, T in °C, D=fractional density of UO ₂	$9.8067 \times 10^4 (9.900 \times 10^5 - 566.9 T)$, T in °C
Poisson's ratio, ν	0.316	$0.3303 + 8.376 \times 10^{-5} T$, T in °C
Virgin yield stress, Y ₀ (Pa)	$1176.1 - 1.688T + 8.179 \times 10^{-4} T^2 - 1.293 \times 10^{-7} T^3$, T in °C, T=1800 °C if T > 1800 °C.	$9.8067 \times 10^6 (58.93 - 0.1491 T)$, T ≤ 220 °C $9.8067 \times 10^6 (31.32 - 0.0213 T)$, 220 < T ≤ 450 °C $9.8067 \times 10^6 \times 21.735$, T > 450 °C
Tangent modulus, H _T (Pa)	0	0
Thermal expansion Coefficients, α(°C ⁻¹)	$7.107 \times 10^{-6} + 2 \times 2.581 \times 10^{-9} T + 3 \times 1.140 \times 10^{-13} T^2$, T in °C, α _r = α _z = α _θ , α _{rz} = 0	α _r = 6.721×10^{-6} , α _z = 4.441×10^{-6} , α _θ = α _r , α _{rz} = 0

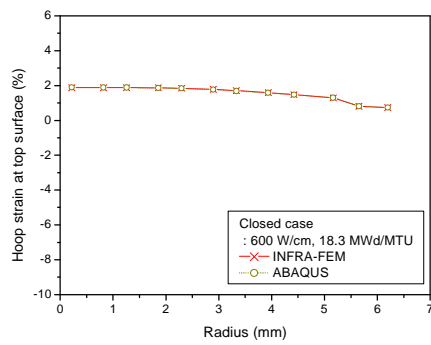
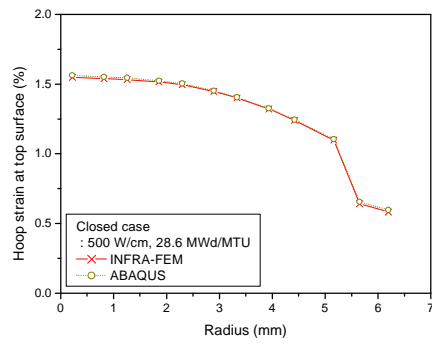
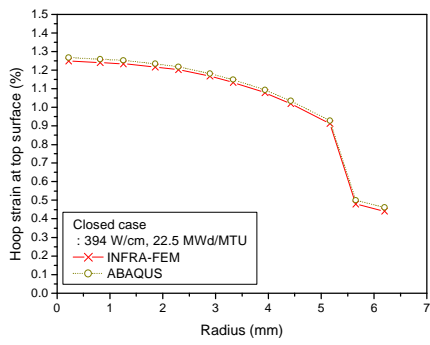
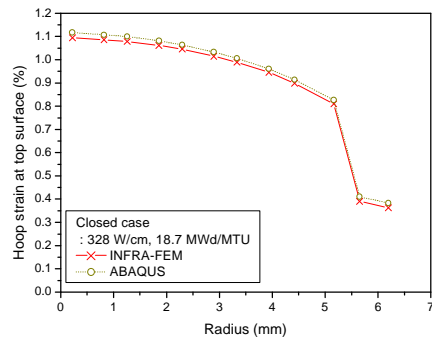
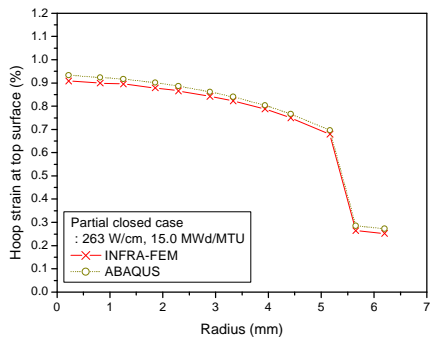
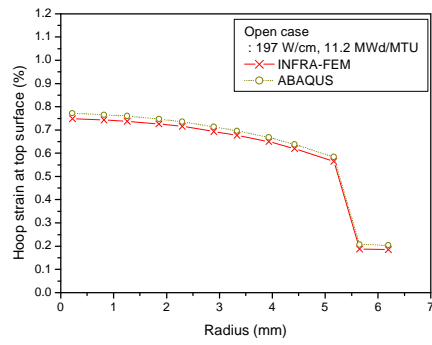
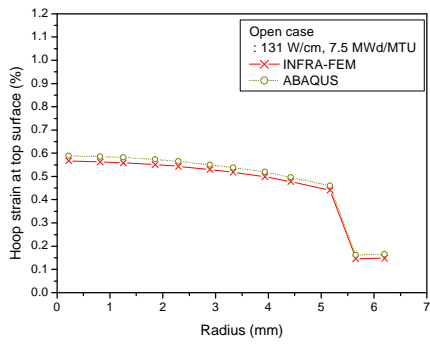


그림 5 선출력에 따른 소결체 및 피복관 상부의 원주방향 변형률 ($\mu=0.3$)

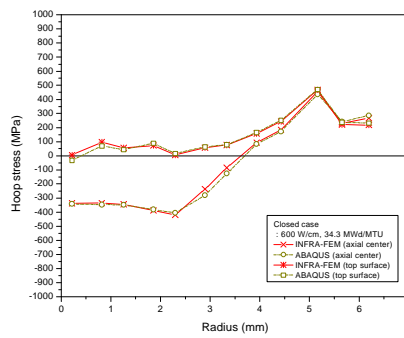
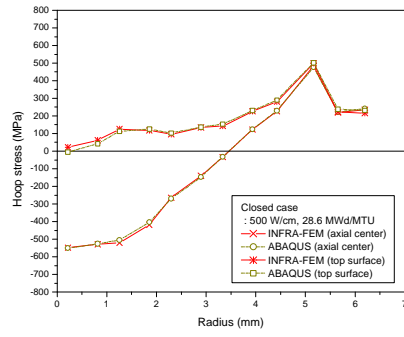
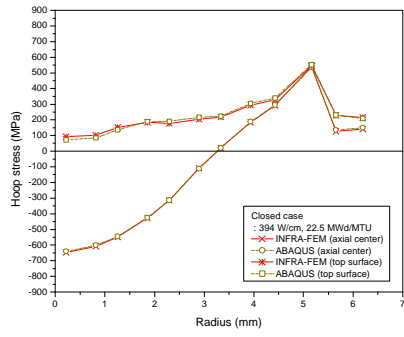
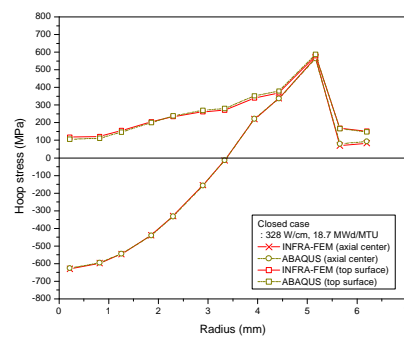
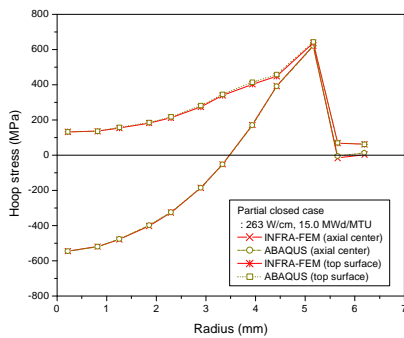
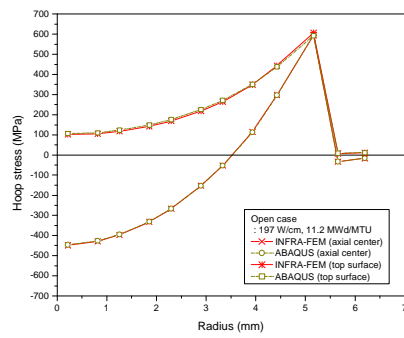
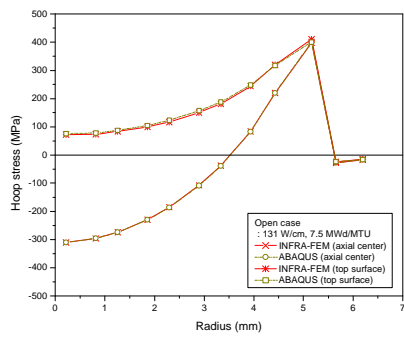


그림 6 선출력에 따른 소결체 및 피복관 상부 및 축방향 중심의 원주방향 응력 ($\mu=0.3$)

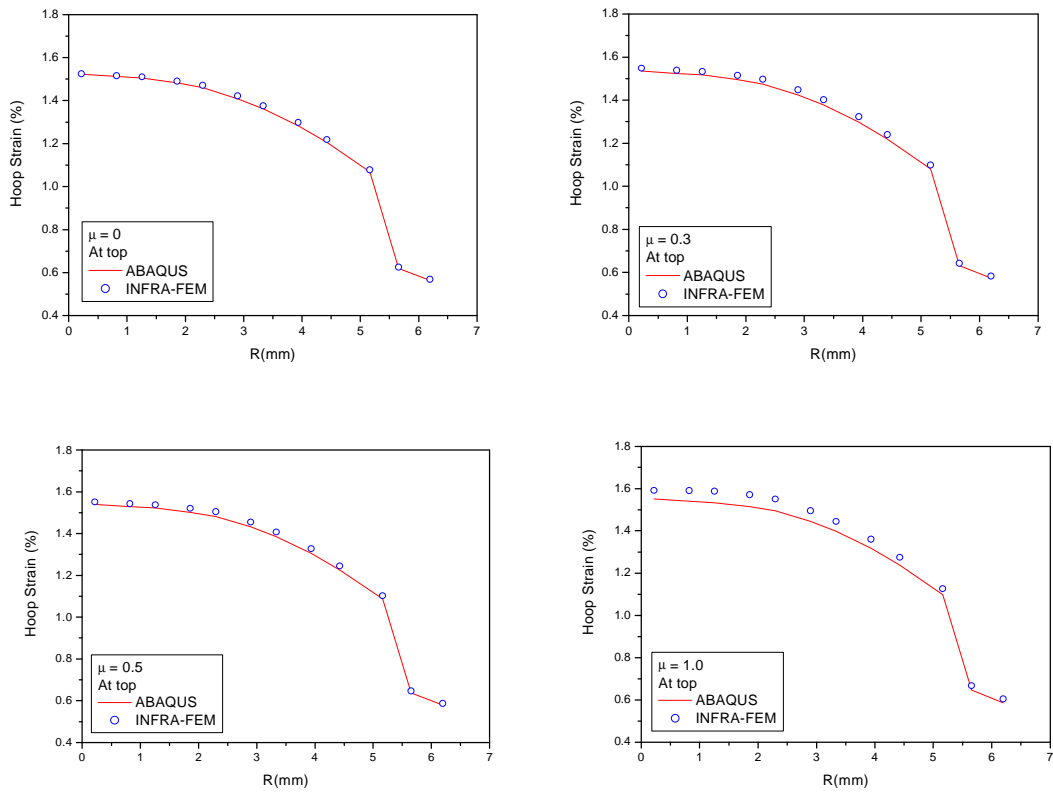


그림 7 선출력 500 W/cm에서 마찰계수에 따른 소결체 및 피복관 상부의 원주방향 변형률

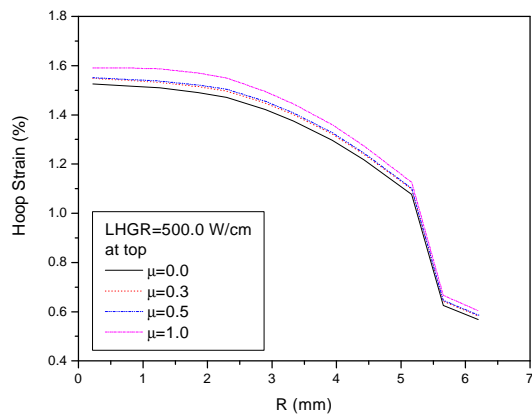


그림 8 유한요소프로그램에 의한 소결체 및 피복관 상부의 원주방향 변형률

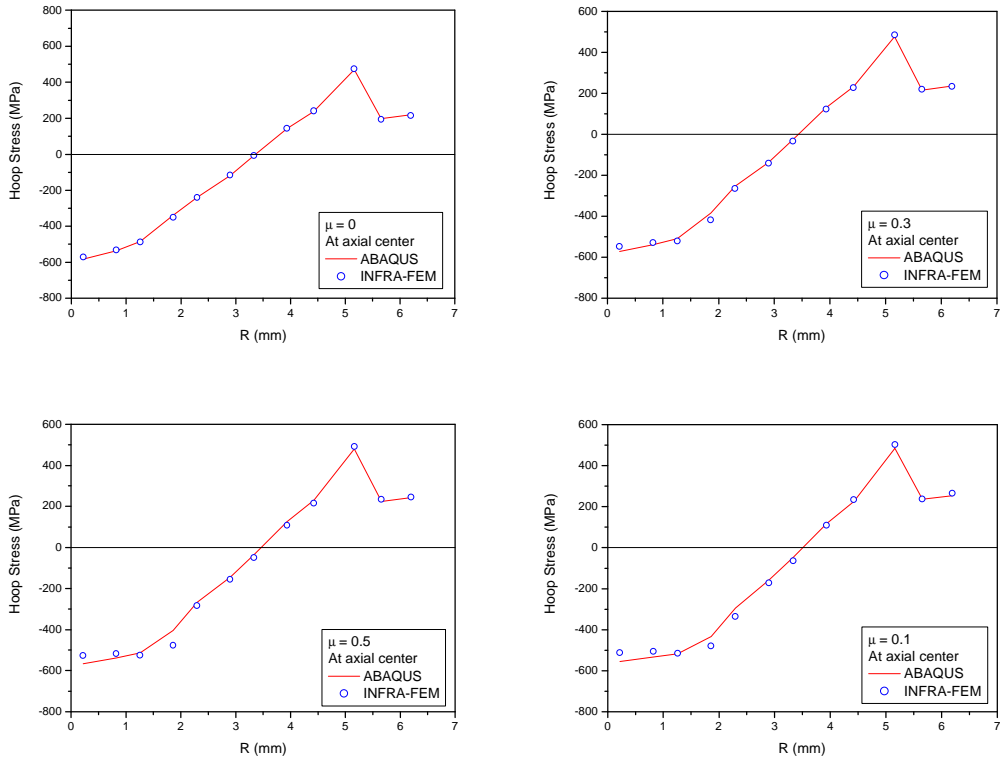


그림 9 선출력 500 W/cm에서 마찰계수에 따른 소결체 및 피복관 축방향 중심의 원주방향 응력

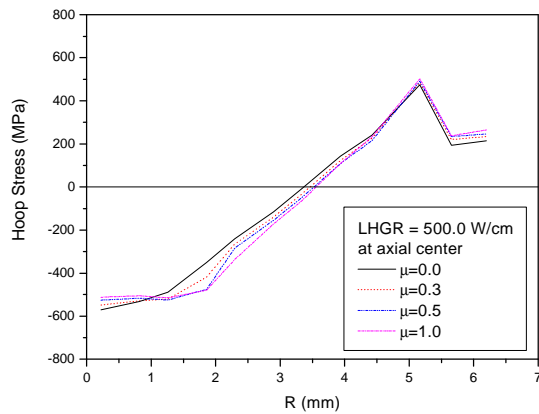


그림 10 유한요소프로그램에 의한 소결체 및 피복관 축방향 중심의 원주방향 응력

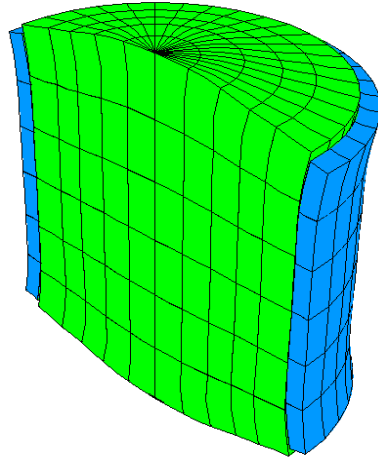


그림 11 선출력 500 W/cm 에서 소결체 및 피복관의 변형 후의 형상