2001 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

토카막 액체금속 디버터에서 준평면 강자장 영향에 의한 액체금속 액막 유동의 자기유체역학적 해석과 열전달 특성 연구

MHD Analysis and Heat Transfer Characteristics of Liquid Metal Thin Film Flows in a Quasi-Coplanar Magnetic Field for Tokamak Liquid Metal Divertor

이상돈, 홍상희

서울대학교
서울특별시 관악구 신림동 산 56-1

요 약

토카막의 액체금속 디버터에서 인가자장에 따른 액체금속 액막의 개방유로 유동의 변화를 자기유체역학적 수치계산으로 해석하였다. 벽면의 전도성 여부와 인가자장과 바닥면의 평행 여부에 따라 서로 다른 유동의 양상이 보임을 알 수 있었다. 인가자장이 있을 때, 유량율이 증가함에 따라 속도 분포는 유로의 중심부에서 평평한 모양을 보이며, 액체금속 액막 유동의 자유표면에서 제트를 가지게 된다. 전도성 벽면의 경우 인가자장에 의해 유체에서 유도된 전류가 벽면과 개회로를 구성하여 절연성 벽면의 경우보다 더 큰 MHD drag을 보이며 이로 인하여 유로의 중심부에서는 아주 작은 평평한 속도 분포를 보임이 확인되었다. 인가자장과 바닥면이 평행하지 않을 경우에는 유량율의 증가에 따라 세 형태의 유동이 형성되며, 각각의 유동은 점성력, 액막 높이 방향(y 방향)의 인가자장 성분과 유로폭 방향(z 방향)의 인가자장 성분에 의해 지배 받는다. 또한, 계산된 속도 분포를 이용하여 각 경우의 자유표면에서의 온도분포를 계산할 결과 유량율의 증가는 큰 열제거능력을 보유하나 액체금속 MHD의 경우에는 어느 정도 유량율이 증가하면 속도가 포화되는 경향이 있어서 일반적 유체역학의 경우보다 열제거 능력이 떨어짐이 확인된다.

Abstract

Numerical analysis of an open-channel liquid metal thin film flow with a quasi-coplanar strong applied magnetic field is carried out for a liquid metal divertor of tokamak device. The wall conductance ratio and the magnetic field inclined angle appear to be the most important parameters to explain flow characteristics. As the flow rate increases, the velocity distribution with applied magnetic field is flat in the core region of flow and has jets at free surface of liquid metal film flow. In case of conductive walls, that effect is larger than insulated walls since open-channel, induced current circuits are constructed through walls, which causes a large magnetohydrodynamic (MHD) drag in that region. In case with inclined magnetic field, as the flow rate increases, the film height increases and the flow experiences three regimes whether wall is conductive or not. Regime 1 is dominant by the viscous force, regime 2 by the film height direction component of magnetic field(y component), and regime 3 by the channel width direction component of magnetic field(z component). Characteristics and limits of each regime are examined. Using calculated velocity distributions, heat transfer at the free surface is examined. In case of ordinary hydrodynamic flow, the heat removal characteristic is superior to the MHD case.

1. 서 론

상업용 핵융합로의 설계에서 가장 심각한 문제점 중의 하나가 매우 큰 열속(ITER의 경우 디버터의 평균 열속 4~6 MW/m^2, 최고치는 15~20MW/m2)을 가진 입자들의 충돌에 의한 플라즈마 접촉부품(Plasma Facing Component: PFC)의 손상이다. 이러한 PFC의 손상을 방지하기 위한 해결책으로 고려되는 것이 액체금속 액막을 PFC 표면에 흘려 고에너지 입자와 PFC의 직접적인 접촉을 차단하는 방법이다. 이와 같은 액체금속 액막을 이용한 방법은 물리적 부식과 표면 침식으로부터 고체 표면 보호, 부식된 부분의 자동 복구, 부가적 냉각을 없애주는 큰 열제거능력, 구조물로의 열전달 감소, 벽 물질에서 삼중수소 축적 감소와 베릴륨 사용량의 감소 등의 잇점이 있다. 그러나, 상업용 토카막의 환경은 비균질, 비정상상태의 강자장의 존재, 큰 온도 구배, 자유표면에서의 플라즈마 접촉 등의 환경을 포함하고 있어서, 유체의 자기유체역학적 검토, 열전달 현상과 자유표면에서의 플라즈마와 액체금속의 상관관계에 대한 확신이 필요하게 된다. 이러한 연구의 초기 단계로서 자기유체역학적 MHD 액체금속 액막 유동의 해석과 유체 흐름 방향에 따른 열전달에 대한 연구가 진행되고 있다.

액체금속의 얇은 액막 유동에 관한 자기유체역학적 연구는 초기에는 금속 공정에 적용하기 위해 연구 되어, 횡방향 자장과 넓은 유로 유체의 제한에서 Alpher[1] 등에 의해 처음으로 시작되었다. 그 후 Walker[2]는 순수한 평면 자장에서 다른 결과를 유추하였으며 Hays와 Walker[3]는 횡방향 자장의 경우에 대하여 Alpher보다 더욱더 상세한 해석을 제시하였다. 1980년대에는 들어서서 구소련에서 핵융합로의 디버터에의 사용을 위한 연구가 시작되었으며, 토카막 디버터에의 적용은 폴로이달 방향의 액막 유체에 대하여 큰 토로이달 자장이 지배적이라는 가정하에서 준평면형 자장 구조를 사용하여 유로에서 Hartmann 속도 분포를 가정하여 지배방정식을 간략화하여 해석과 실험이 진행되었다[4-6]. 최근에 Morley[7-10]는 운동방정식과 유도자장 방정식을 이용한 수치해법에 의하여 여러 조건에서 액체금속 액막에서의 속도분포와 유도 자장 분포를 계산하였으며 유사한 경우에 대한 수치적 해석을 Kudrin[11] 등도 수행하였다.

또한, 일반적으로 핵융합로의 디버터, 리미터와 제일벽 등의 PFC는 플라즈마로부터 강한 열속의 지배하에 놓이게 되므로 액체금속 액막은 이러한 열제거능력을 보유해야 할 것이므로 열속에 대한 열전달 현상의 해석도 요구된다. 대부분의 액체금속 액막에서의 열전달 계산은 속도분포에 대한 덩어리 유동(slug flow)을 사용하여 수행되었다. 최근 미국의 APEX 프로그램에서 액체금속을 제일벽으로 사용하려는 시도에서 액체금속 액막에 대한 많은 연구가 수행되고 있는데 이에는 액막에서의 열전달 현상에 대한 시도도 포함되어 있으며, 특히 난류에 의한 효과도 함께 연구되고 있다[12].

본 연구에서는 임의의 전도성을 가진 유로와 임의의 방향의 수직 인가 자장에서 2차원 액막 유동에 대하여 Morley의 방법을 이용한 수치적 MHD 해석과 해석 결과인 속도 분포와 유도 자장 분포를 이용하여 유체 흐름 방향으로 열전달 현상에 대한 연구를 수행하였다.

2. MHD 유동 및 열전달 방정식

2.1 MHD 방정식

자장 내에서의 액체금속 유동은 운동량 보전의 방정식, 질량과 전류 보존 방정식, Ohm의 법칙과 Maxwell 방정식들을 포함하는 자기유체역학의 방정식들에 의해 지배된다. 이 방정식들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{r}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} + \frac{\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B}}{r} \quad (1)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0\,, \quad \nabla\cdot\boldsymbol{j} = 0 \quad (2)$$

$$\boldsymbol{j} = s\,(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) \quad (3)$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B} = m\boldsymbol{j}\,,\ \ \nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\,,\quad \nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0 \tag{4}$$

위 식들에서 $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{E}$와 $\boldsymbol{B}$는 각각 속도, 전류밀도, 전장과 자장 벡터를 나타내며, g와 p는 중력가속도와 압력을 나타낸다. 그리고, s , r , n와 m는 액체금속의 전기전도도, 질량밀도, 동점도와 투자율이며 이 값들은 본 작업에서 상수로 가정된다. 이 방정식들에 대한 또 다른 가정들은 유체의 비압축성과 Ampere 법칙에서 변위전류의 무시이다. Ohm의 법칙과 전류보존방정식을 이용하면 다음과 같은 유도자장 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) + \frac{1}{sm}\nabla^2\boldsymbol{B} \tag{5}$$

본 연구에서 다루어지는 전형적인 준평면형 구조는 그림 1과 같다. 자장은 거의 z방향으로 정렬해 있으며, 유체의 유동은 종방향인 x방향이다. 바닥에 수직한 좌표인 y방향은 액막의 높이 방향이 된다. 그림에서 h는 액막의 두께, q는 수평면과 바닥면 사이의 각도, a는 z방향에 대한 인가자장의 각도이고 a는 유로의 폭을 나타낸다. 이것은 z방향과 거의 일치하는 토로이달 자장에 대하여 유체가 폴로이달 방향으로 흐르는 디버터 액막에 대한 전형적인 형태의 유동이며, fully developed analysis에서 유체 유동방향인 x방향의 작은 인가자장 성분은 무시되어 인가자장은 $\boldsymbol{B}^a = (0, B_y^a, B_z^a) = B^a(0, \sin a, \cos a)$로 주어진다.

유체의 유동을 유로의 단면에서 균일한 액막 두께를 가진 완전 발달 개방 유로의 층류 유동인 경우로 한정시켜 기본 MHD 방정식들을 간력화시킬 수 있으며, 중력을 구동력으로 하기에 속도는 종방향 성분만 가진 것($\boldsymbol{v} = (\mathrm{u}, 0, 0)$)으로 가정하며, 유도자장도 종방향 성분($\boldsymbol{B}^i = (\mathrm{b}_x, 0, 0)$)만을 고려한다. 이러한 가정을 적용하여 (1)에서 (5)까지의 식을 정리하면 속도, 유도자장, 유량율과 액막두께에 대하여 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla_\perp^2 u + \frac{1}{rmn}(\boldsymbol{B}^a\cdot\nabla_\perp)b_x = -\frac{g\sin q}{n} \tag{6}$$

$$\nabla_\perp^2 b_x + ms\,(\boldsymbol{B}^a\cdot\nabla_\perp)u = 0 \tag{7}$$

$$\int_{-a/2}^{a/2}\int_0^h u\,dydz = Q \tag{8}$$

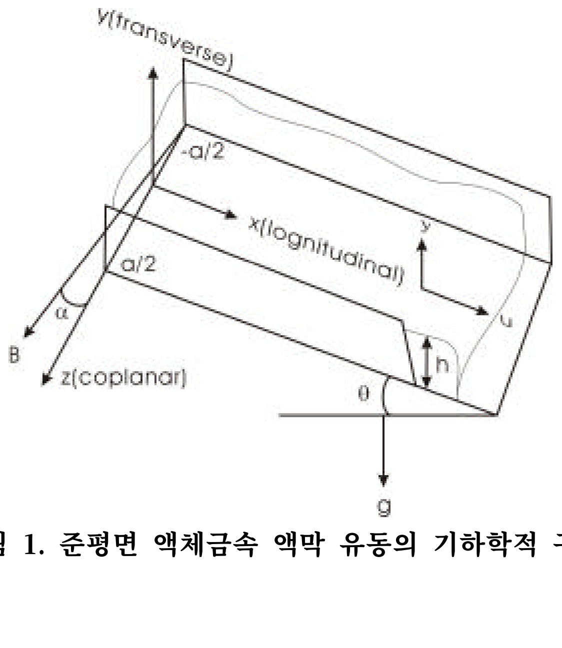


그림 1. 준평면 액체금속 액막 유동의 기하학적 구조

위 식에서 Q는 유량율을 나타내며, $\nabla_{\perp} = (0, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$은 유동에 수직한 방향에 대한 성분들 만에 대한 연산자이다..

속도에 대한 경계조건은 유로 벽면에서의 비활조건(no slip condition)과 자유표면에서의 비응력조건(no shear stress)을 가정한다.

$$u\big|_{y=0\ \text{혹은}\ z=\pm a/2} = 0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=h} = 0 \tag{9), (10}$$

유도자장방정식에서의 경계조건은 유로 벽면을 전도성의 얇은 벽으로 가정하고(thin conducting wall approximation) [13], 자유표면에서는 절연조건을 사용하면 다음과 같이 주어진다.

$$\left[\left(\frac{s_s a_s}{s}\right)\frac{\partial b_x}{\partial z} \pm b_x\right]\Bigg|_{z=\pm a/2} = 0, \quad \left[\left(\frac{s_b a_b}{s}\right)\frac{\partial b_x}{\partial z} - b_x\right]\Bigg|_{y=0} = 0, \quad b_x\big|_{y=h} = 0 \tag{11) , (12), (13}$$

아랫첨자 b와 s는 각각 유체, 바닥면과 옆면을 나타내며, a_b와 a_s는 벽면의 두께를 나타낸다.

식 (6), (7), (8)과 경계조건을 y, z은 각각 h와 a/2로, u는 특성속도 $u_* = (a/2)^2 g \sin q / n$, b는 $b_* = u_* m (s / rn)^{1/2}$, Q는 $2(a/2)^2 u_*$로 무차원화하고 또한 표준 액막 높이(normalized film height ; $b = h/(a/2)$), 벽전도성비 (wall conductance ratio ; $\Phi_{s,b} = (a_{s,b} s_{s,b})/[(a/2)s]$)와 Hartmann 수($\text{Ha} = B^a (a/2)(s / rn)^{1/2}$)를 사용하면 다음과 같은 무차원화 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + b^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} + \text{Ha} b \left(\sin a \frac{\partial b_x^*}{\partial y^2} + b \cos a \frac{\partial b_x^*}{\partial z^*} \right) = -b^2 \tag{14}$$

$$\frac{\partial^2 b_x^*}{\partial y^{*2}} + b^2 \frac{\partial^2 b_x^*}{\partial z^{*2}} + \text{Ha} b \left(\sin a \frac{\partial u^*}{\partial y^2} + b \cos a \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) = 0 \tag{15}$$

$$\frac{b}{2}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1} u^* dy^* dz^* = b u_{ave}^* = Q^* \tag{16}$$

마찬가지 방법을 경계조건에 적용하면 다음과 같은 무차원화된 경계조건을 얻을 수 있다.

$$u^*\big|_{y^*=0\ \text{혹은}\ z^*=\pm 1} = 0, \qquad \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=1} = 0 \tag{17), (18}$$

$$\left[\left(\frac{s_s a_s}{s}\right)\frac{\partial b^*_x}{\partial z^*} \pm b^*_x\right]\Bigg|_{z^*=\pm 1} = 0, \quad \left[\left(\frac{s_b a_b}{s}\right)\frac{\partial b^*_x}{\partial z^*} - b^*_x\right]\Bigg|_{y^*=0} = 0, \quad b^*_x\big|_{y^*=1} = 0 \tag{19),(20),(21}$$

위의 방정식과 경계조건들에 의해 액체금속 액막 유동에 관한 속도와 유도자장 분포가 유한차분법으로 구해진 차분식에 의해 수치계산되었다.

2.2 열전달 방정식

액체금속 액막에서의 열전달 계산은 앞에서 구한 속도와 유도자장을 이용하여 유체의 유동방향인 x방향으로만의 대류를 가정하고 액막두께 방향인 y방향으로는 열전도만 고려하고 유도전류와 인가 자장의 오옴의 가열(Ohmic Heating)을 고려하면 xy평면에서 다음과 같은 열전달 방정식을 얻을 수 있다.

$$r\,\text{Cp}\; u \frac{\partial T}{\partial x} = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}}{s} \tag{22}$$

위 식에서 Cp는 액체금속의 비열, k는 열전도도이며, 전류밀도는 식 (4)를 이용하면 유도자장에 관한 식으로 바뀌어 그 결과를 위 식에 적용하면 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$r\,\text{Cp}\; u \frac{\partial T}{\partial x} = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{(\partial b_x / \partial y)^2 + (\partial b_x / \partial z)^2}{m^2 s} \tag{23}$$

경계조건에 대한 가정은 실제 핵융합 토카막 내에서의 디버터처럼 자유표면에서 강한 열속(q_{free})을 받는 것으로 가정하고 나머지 유체의 유입구(T_i)나 바닥면(T_w)은 일정온도인 200°C를 가정하면 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 유체의 출구쪽에서는 경계조건을 사용하지 않았다.

$$k\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=h} = q_{free}, \quad Tw = T_i = 200 \tag{24),(25}$$

x는 a/2로, 온도는 q_{free}를 이용 $T^* = k(T - T_i)/(q_{free}h)$로 무차원화하고 Reynold수(Re)와 Prandtl수(Pr)를 사용하면 열전달 방정식과 경계조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{1}{\mathrm{Re\ Pr}}\left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}\right) + \frac{u_*^2\, rn}{\mathrm{Re\ Pr}}\frac{\left(\partial b_x^* / \partial y^*\right)^2 + \left(\partial b_x^* / \partial z^*\right)^2}{q_{free}\, h} \tag{26}$$

$$\left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=1} = 1, \quad T^*\Big|_{y^*=0 \text{ 혹은 } x^*=0} = 0 \tag{27),(28}$$

3. 계산 결과

3.1 자기유체역학적 액체금속 액막 유동에 관한 결과

Ha, a, $\Phi_{s,b}$와 b 또는 Q와 같은 지배변수들이 변화함에 따라 속도와 유도 자장에 큰 영향을 줄 것이다.

3.1.1 전기적 절연 벽면의 경우

이 경우에는 액체금속내에서 인가자장에 의하여 유도된 전류가 액체금속 내부에서만 흐르는 경우로 Q와 Ha가 유동에 영향을 주는 변수이다.

A. $a = 0$인 경우

그림2는 $\mathrm{Ha} = 10^4$, $Q = 10^{-5}$값에 대하여 속도와 유도자장 분포를 나타낸 것이다. 적은 유량율에서는 자장이 인가되지 않은 경우와 유사하나 유량율이 증가함에 따라 인가자장의 영향이 점점 더 크게 나타난다. 유량율의 증가에 따라 유체 내부의 자기력의 영향의 증가는 viscous drag force의 감소를 의미하며 그림3의 경우는 유량율이 매우 증가하여 전류회로가 중심부에서 완전히 액막 높이 방향일 때는 viscous drag force은 거의 무시가능하며 자기력이 유동을 전체적으로 지배하는 것을 알 수 있다.

그림 4는 Ha와 Q에 대한 b에 관계를 나타낸 것으로 강한 MHD 작용시에는 Q값과 b값이 선형관계인 것을 알 수 있으며 그 비례상수가 단지 Ha인 것을 알 수 있다.

$$b = Q\mathrm{Ha} \quad \text{or} \quad u_{ave} = 1/\mathrm{Ha} \tag{29}$$

이러한 Ha에 대한 액막 높이의 선형성은 일정한 유량율을 가진 완전발달 액체금속 관유동에서의 Ha에 대한 압력강하의 선형성과 유사하다. 자유표면을 가진 액체금속 액막유동에서는 Ha 대신 $\mathrm{Ha}b^2$이 점성력과 자기력의 실제비가 되며, 그림 4의 결과를 보면 b값이 $\mathrm{Ha}b^2 \approx 1$에서 일반유체역학의 경우와 대략 ~5% 정도의 차이를 보이며 $\mathrm{Ha}b^2$값이 100정도의 영역에서부터 완전한 선형을 이루는 것을 알 수 있다. 이 결과를 이용하여 Q와 Ha값으로 유동을 다음과 같이 구분할 수 있다.

$0 < Q < \mathrm{Ha}^{-3/2}/3$ 일반 유체역학적 유동,

$\mathrm{Ha}^{-3/2}/3 < Q < 10\mathrm{Ha}^{-3/2}$ 전이가정

$10\mathrm{Ha}^{-3/2} < Q < \infty$ 자기유체역학적 유동

유동이 완전히 자기력에 의한 영향만 받는다고 생각될 수 있는 비점성덩어리 유동이 형성된 고유량의 경우, Hartmann 경계영역(Hartmann boundary layer)의 두께는 Ha^{-1}, 평행경

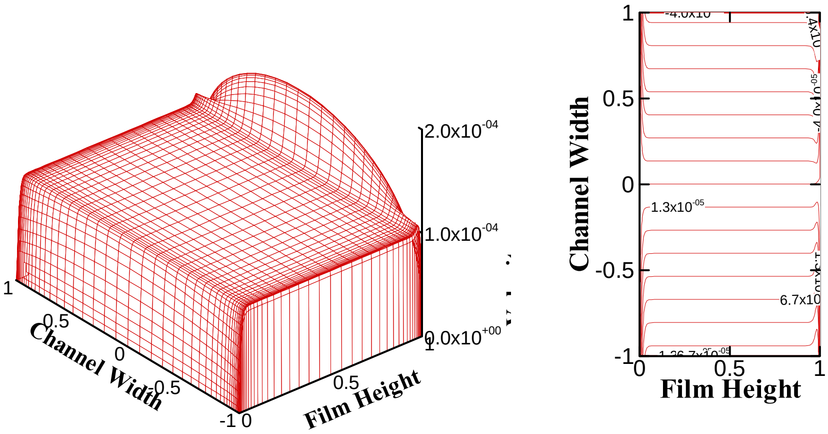


그림 2. $\mathrm{Ha}=10^{4}$, $Q=10^{-5}$ 에서의 속도와 유도 자장 분포

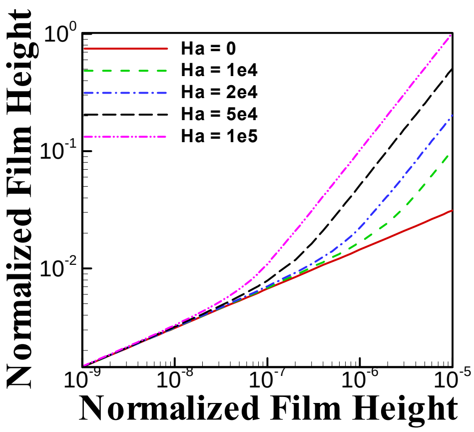


그림 3. 유량과 Ha에 따른 표준 액막 높이

계영역(parallel boundary layer)의 두께는 $(\mathrm{Ha}b^{2})^{-1/2}$ 가 되며 일반적인 액체금속 MHD 관유동 경우의 평행경계영역과의 차이는 무차원화시 y, z 두 방향의 다른 값에 의한 무차원화에 의한 결과로 관유동과 같은 결과를 보이나, 자유표면에서의 속도분포는 관유동과 다른 경계조건으로 인하여 제트가 발생함을 알 수 있다. 이 제트는 옆면의 점성마찰의 영향에 의해 포물선 모양을 보이는데, 이는 자유표면 근처영역에서는 전류가 옆면의 Hartmann 경계영역으로 폐회로를 구성하기 위해 표면을 따라 흘러야 하기에 인가자장에 수직한 성분이 없어서 유동이 자장에 구속되지 않기 때문이다.

B. $a \neq 0$ 인 경우

이 경우에는 자장과 바닥면과의 경사각인 a 라는 새로운 변수가 유동과 b 값의 변화에 영향을 주게 된다. 유량율의 증가는 b 값을 증가시켜 같은 Ha값에 대하여서 자장이 벽면과의 교차점이 달라지게 된다. 이 때문에 유동은 유량의 증가에 따라 regime1, 2와 3을 경험하게 된다. 그리고 regime 2와 3에서는 인가자장에 의해 유동 자체가 그림 4처럼 세 지역으로 나뉘게 되며, region I은 중심부이고 region II는 자유표면 경계를 포함하지 않은 부분이며, region III은 자유표면 경계를 가진 부분으로 구분한다.

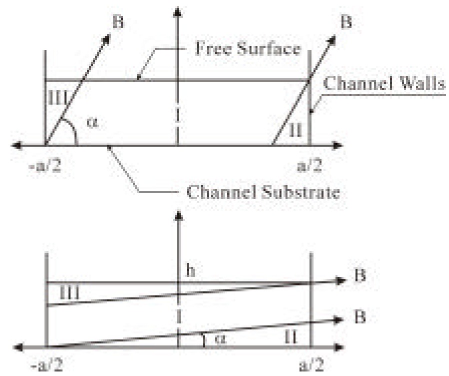


그림 4 경사 자장 인가에 의한 유로 유동의 regime과 영역
(upper : regime 2, lower : regime 3)

Regime 1은 아주 작은 유량율에서 나타나는 것으로 OHD 유동과 유사한 형태로 region I에서는 바닥면의 viscous drag이 지배적이고 양쪽 옆면쪽인 region II와 III부분에서만 MHD 특성이 나타나 대부분의 유동 특성이 자장이 인가되지 않았을 때의 유사하다.

Regime 2는 유량율이 어느 정도 증가하면 유체는 인가자장의 영향을 커지기 시작하여 그림 5(a)에서 제시된 형태를 보인다. region I에서는 y 방향의 인가자장의 영향이 지배적이며 일반적인 Hartmann 프로파일같이 평편한 속도 분포를 보이며, region II와 region III에서는 z 방향의 인가자장 성분의 영향이 나타나나, 이 둘은 경계면에서의 자유표면 소유 여부에 따른 경계조건 차이로 인하여 대칭형이 아니다.

Regime 3은 유량율이 매우 증가하여 b 값 또한 매우 커졌을 때 얻어지는 유동의 형태로 유체가 주로 z 방향의 인가자장의 영향을 받으며 그 양상은 그림 5(b)에 제시된다. 전반적으로 $a = 0$ 경우와 유사한 형태의 유동을 보이며 region II와 region III에서는 y 방향의 인가자장의 영향으로 약간 변형된 것을 알 수 있다. regime 2와 3 사이의 경계는 인가자장이 유로의 왼쪽 아래(-a/2,0)와 오른쪽 위(a/2,h) 구석을 정확히 지나는 b 값에서 발생되므로 이 둘의 조건은 다음과 같다.

$b < 2\tan a$ regime 2 flow (30)

$b > 2\tan a$ regime 3 flow (31)

여러가지 a 값에 대한 유량율의 변화에 따른 b 값의 변화를 나타내는 것이 그림 6이다. 이 그림에서 유량율에 대한 b 의 변화로도 regime을 구분할 수 있다는 것을 알 수 있다. $\mathrm{Ha}b\sin a$ 와 $\mathrm{Ha}b^2\cos a$ 의 값이 1보다 작은 영역에서는 OHD와 거의 구분이 되지 않으며, $\mathrm{Ha}b\sin a > 1$ 에서부터 OHD와 차이를 보이기 시작하여 $\mathrm{Ha}b\sin a$ 값이 10과 $\mathrm{Ha}b^2\cos a/2$ 값보다 크지면 완전한 regime 2에 도달한다. 이 경우의 b 는 작은 값으로 가정할 때 Morley가 제시한 다음 식과 같이 나타낼 수 있으며 특히 $\mathrm{Ha}b\sin a >> 1$ 인 경우에는 아래의 약식 관계를 사용할 수 있다[7,10].

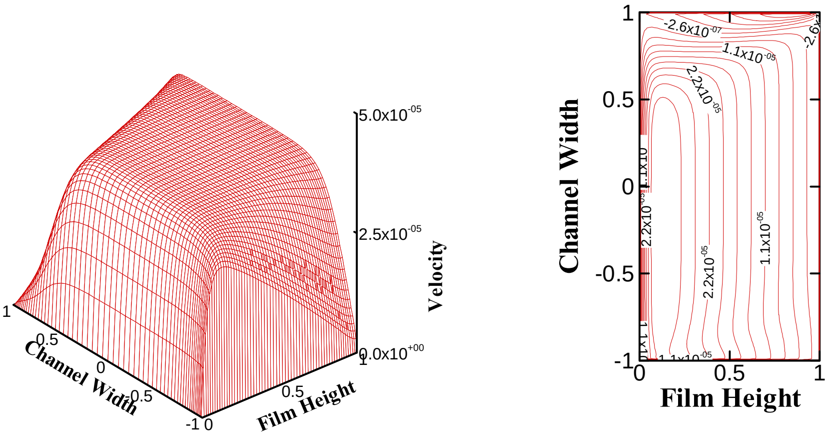
$$b = \frac{1 + [1 + 4Q(\mathrm{Ha}\sin a)^3]^{1/2}}{2\mathrm{Ha}\sin a} \approx (Q\mathrm{Ha}\sin a)^{1/2} \quad (32)$$

regime 3의 경우는 $\mathrm{Ha}b^2\cos a$ 값이 100과 $2\mathrm{Ha}b\sin a$ 보다 클 때 얻어질 수 있다. 이 경우에는 인가자장의 z 방향 성분이 지배적이고 유동의 형태가 앞의 인가자장의 $a = 0$ 일 때처럼 b 와 유량율과의 관계가 선형성을 보이는 것을 알 수 있으며 그 관계는 다음과 같다.

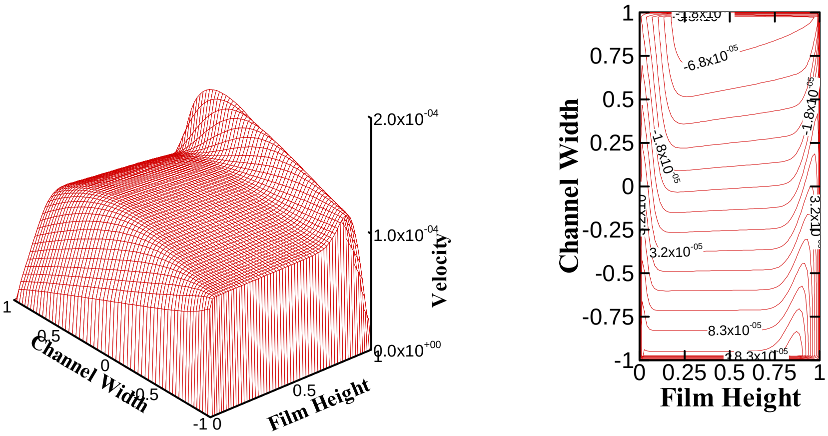
$$b = Q\mathrm{Ha}\cos a \quad (33)$$

3.1.2 전기전도성 벽면의 경우

새로운 변수인 wall conductance ratio, Φ_s 와 Φ_b 로 인하여 혼합 경계조건을 갖게 된다.



(a)



(b)

그림 5. $\mathrm{Ha}=10^4$, $\alpha=5^\circ$ **인 경우의 속도와 유도 자장 분포**((a): $Q=10^{-6}$, (b): $Q=10^{-4}$)

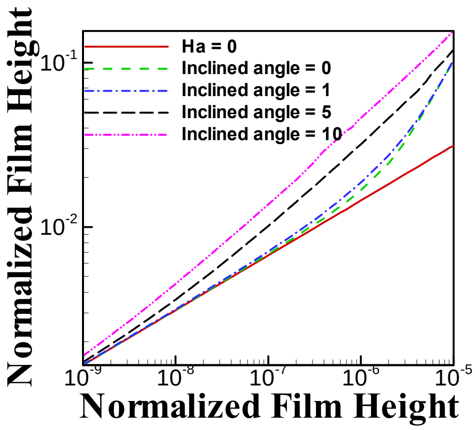


그림 6. $\mathrm{Ha}=10^4$ **에서의 여러 경사각에 대한 유량율과 표준 액막 높이 관계**

A. $\alpha=0$ **인 경우**

그림 7은 전도성 벽면을 가진 $\alpha = 0$에 대한 유동을 나타낸 것이다. 유량율 증가, 즉 b 값의 증가에 따라 전류의 유체 내부로의 전파가 증가하며 이에 따른 MHD 효과가 나타나기 시작하여 벽면에서부터 곡선화되는 속도 분포를 가지며 곡선화 추세는 유량율의 증가에 따라 더욱더 강해진다. $\mathrm{Ha}\Phi_s > 10$ 인 경우에는 유량율이 더욱 증가하면 갑자기 유동이 재형성되어 평평한 중심부 와 경계영역의 속도분포를 갖으며 이를 나타내는 것이 그림 7이다. 이 유동 재형성은 b 의 급격한 변화를 동반하며 이는 많은 양의 유로내의 전류가 전도성 유로벽면을 통하여 재순환되기 때문에 생기는 현상이다.

그림 7에서 보여지듯 자유표면 부분의 평행경계영역에서 매우 큰 제트와 바닥면 부근에서의 작은 제트가 나타난다. 유량율이 더욱더 증가할 경우 속도 분포의 형상에는 변화가 없으나 b 값의 증가에 따른 경계영역 폭의 감소로 경계영역에서의 제트값의 크기가 증가한다. 이는 유체에서의 유도전류가 중심부에서 y방향이며 전도성 벽면 때문에 액체금속과 벽면을 통한 개 전류회로가 형성되어 강한 MHD 효과를 나타내며, 자유표면에서는 거의 인가자장에 평행한 유도전류로 인해 거의 MHD 효과가 나타나지 않으며, 바닥면에서는 일부는 옆벽면쪽으로 흐르고 일부는 바닥면 쪽으로 흘러 중심부보다 약하나 자유표면보다는 강한 y방향의 유도전류로 인해 작은 제트가 나타난다.

b 값의 유량율에 대한 관계는 그림 8에 보여지며, 절연성 벽면의 경우와 많이 다른 특이한 특성을 알 수 있는데 이는 어떠한 유량율에서의 b 값의 갑작스러운 증가이다. 이것은 앞에 설명한 유 동 특성으로 인하여 나타나는 현상이다. 이 b 값과 유량율의 관계를 Morley는 다음과 같은 식으로 표현하였다[7,10]

$$b = Q\mathrm{Ha}\left(\frac{1+\mathrm{Ha}\Phi_s}{1+\Phi_s}\right) - \frac{8}{9}\frac{\Phi_s\sqrt{\mathrm{Ha}}}{1+\Phi_s}\left[1-\frac{\Phi_b\sqrt{\mathrm{Ha}}}{4(1+\Phi_b\sqrt{\mathrm{Ha}})}\right] \quad (34)$$

또한, Shishko는 다음과 같은 관계식을 제시하였다[6].

$$b = Q\mathrm{Ha}\left(\frac{1+\mathrm{Ha}\Phi_s}{1+\Phi_s}\right) - \frac{1}{9}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Ha}}}+\frac{\Phi_b}{1+\Phi_b\sqrt{\mathrm{Ha}}}\right) - \frac{8}{9}\frac{\Phi_s\sqrt{\mathrm{Ha}}}{1+\Phi_s}\left[1-\frac{\Phi_b\sqrt{\mathrm{Ha}}}{3(1+\Phi_b\sqrt{\mathrm{Ha}})}\right] \quad (35)$$

두 식 모두 유사한 결과를 보이나 Shishko의 (35)식이 b 값이 급격히 변하는 부분에서 수치적 결과와 더 잘 일치하는 결과를 나타내었다.

B. $\alpha \neq 0$인 경우

모든 변수들을 고려한 경우이나 옆면만 전도성인 경우와 바닥면만 전도성인 경우, 매우 판이한 현상을 보이므로 다음과 같이 정의된 경의에만 그 결과만을 살펴보기로 한다.

Case A : 옆면만 전도성인 경우($\Phi_s \neq 0$ and $\Phi_b = 0$)

Case B : 바닥면만 전도성인 경우($\Phi_s = 0$ and $\Phi_b \neq 0$)

앞의 3.1.1 절의 절연성 벽면에서의 $\alpha \neq 0$인 경우와 마찬가지로 regime1, 2와 3으로 구분된다. $\mathrm{Ha}b\sin\alpha \approx 1$에서 regime 1을 벗어나기 시작하여 $\mathrm{Ha}b\sin\alpha \approx 10$에서 regime 2에 완전히 도달한다. 이 regime에서 각각의 경우에 대하여 그림 9(a)와 그림 10(a)에 보여지는데, y 방향의 자장의 영향이 지배적이며 Case B의 경우는 바닥면이 전도성이므로 앞 절의 $\alpha = 0$인 전도성 벽면의 경우와 유사한 형태를 되며, Case A의 경우에는 y 방향의 자장에 대하여 수직한 바닥면의 전도성이 없으므로 앞의 절연성 벽면의 경우와 유사한 유동 형상을 보인다.

유량율의 더 큰 증가로 b 값이 $2\tan\alpha$ 값과 같아지면 regime 2에서 벗어나 b 값이 점점 더 커짐에 따라 regime 3의 유동 양상에 도달하게 되며 이 경우가 그림 9(b)와 10(b)에 보여진다. Case B의 경우 경사각을 가진 절연성 벽면의 경우와 거의 같은 유동 양상을 나타내는데 이는 regime 3에서의 지배적인 자장인 z방향의 자장에 수직벽면이 절연성이기 때문이다. Case A의 경우에는 앞 절의 $\alpha = 0$ 인 전도성 벽면과 양쪽 경계면에서의 제트의 모양

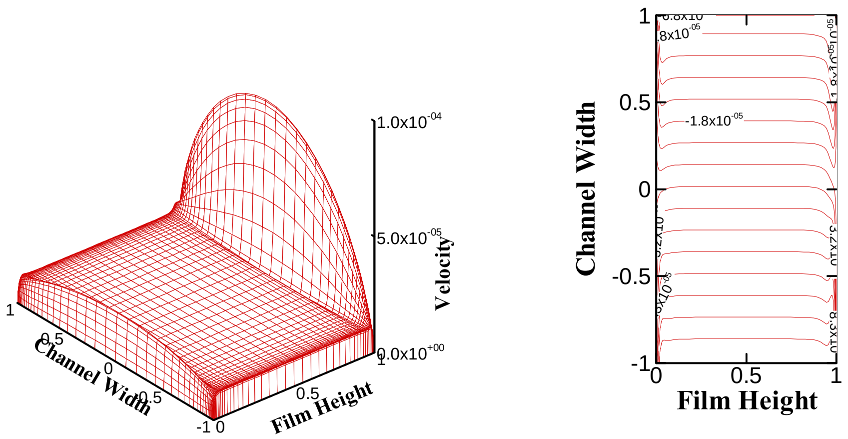


그림 7. $\mathrm{Ha}=10^4$, $\Phi_{s,b}=0.01$, $Q=10^{-5}$ 인 경우의 속도와 유도 자장 분포

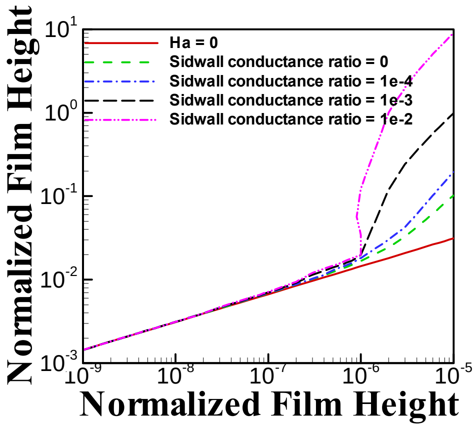


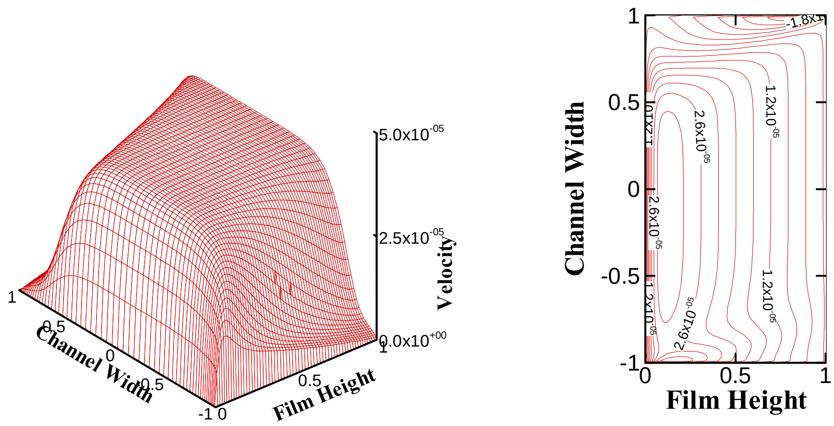
그림 8. $\mathrm{Ha}=10^4$, $a=\Phi_b=0$ 인 경우의 다양한 벽전도성비에 대한 유량율에 따른 표준 액막 높이

만 다른 형상을 보이는데, 그 이유는 z 방향의 자장에 수직인 벽면이 전도성이기 때문이며, 제트 모양의 차이는 기울어진 인가자장에 의해 자유표면이나 바닥면과 평행경계과 일치하지 않으므로 두 경계 사이의 영역에서 유도전류의 y 방향 성분이 있기 때문이다.

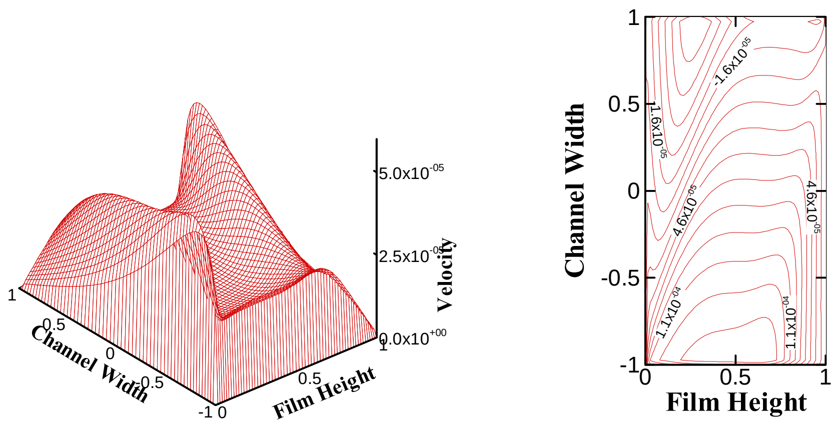
b 와 유량율과의 관계를 나타낸 그림 11는 Morley가 계산한 것으로 이 그림에서도 앞에서 설명한 것처럼 두 경우의 유동 특성을 파악할 수 있다. 같은 유량율에 대하여 regime 2에 도달한 후에는 Case A에서의 b 값이 월등히 큰 값과 점프값을 가지는 것은 옆면의 전도성에 의한 강한 MHD 효과 때문이다.

3.2. 열전달 계산 결과

앞 장에서 구한 액체금속 액막 유동의 속도분포는 디버터 설계에서의 온도분포와 총 열제거 능력을 결정하는 열전달 계산에 사용될 수 있다. 현재 PFC 보호를 위해 사용하려고 하는 액체금속은 갈륨과 리튬 두 가지이나 갈륨이 Trituim Inventory가 적고, 녹는점이 낮아 부가 가열 설비가 필요없는 장점으로 우선적으로 고려되고 있다. 그림 12는 액체 갈륨에 대하여 각 경우에 앞에서 계산 속도분포를 이용하여 유동 방향인 x 방향에 따른 대류와 x와 y



(a)

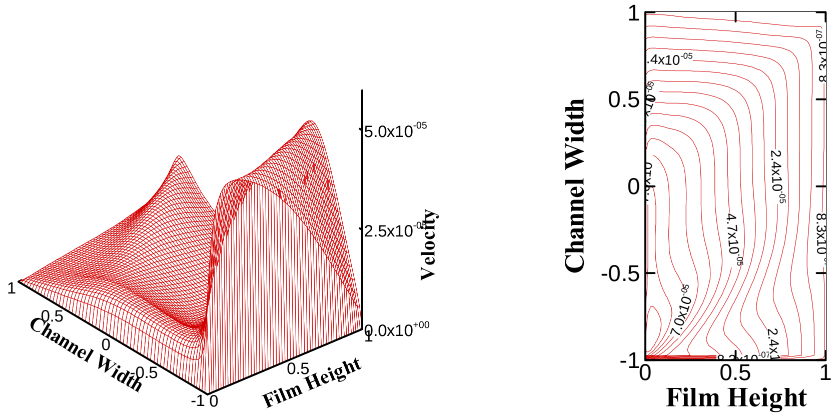


(b)

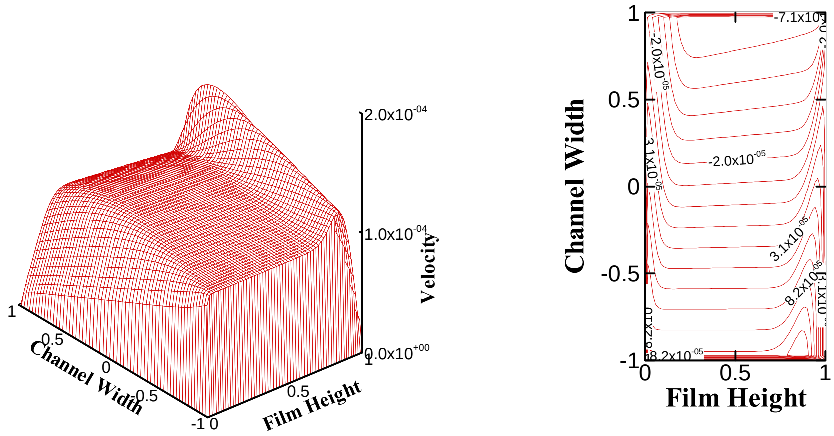
그림 9. $\mathrm{Ha}=10^4$, $\Phi_s=0.01$, $\Phi_b=0$, $a=5°$ 의 경우에 속도와 유도자장의 분포 ((a) $Q=10^{-6}$, (b) $Q=8\times10^{-6}$)

방향에 대한 전도를 고려하여 계산된 유로 중심(z = 0)에서의 자유표면에서의 온도 분포를 나타낸다. 갈륨의 물성치는 표1에 제시되며, 20cm의 유로폭(a=0.2)과 60cm의 유로를 가진 임의의 핵융합 토카막의 디버터를 고려하였다. 또한, 자유표면에서 3MW의 열속을 받으며 유체는 입구에서의 200°C의 온도로 유로에 진입하며, 바닥면에서는 200°C로 일정한 온도를 갖는다고 가정하였다.

일반적으로 유량율이 큰 경우가 작은 경우보다 유체속도가 빠르고 액막 두께가 커서 액막내에서의 열제거 능력이 우수하며 자유표면에서의 온도도 낮은 경향을 보인다. 대부분의 경우 10^{-7}의 유량율인 경우에는 유체가 유로폭만큼의 거리를 진행하기도 전에 포화값을 보이며 이 값은 유입시의 온도보다 대략 70°C정도 상승하는 것을 알 수 있다. 특히, $a\neq0$인 경우가 다른 경우보다 포화온도가 대략 20°C 정도 높은데 이는 비대칭 속도 분포 특성으로 인하여 자유표면에서의 속도 최고치가 유로폭의 중앙에 있는 것이 아니라 한쪽 벽면이기 때문에 자유표면에서의 대류 열전달량이 작기 때문이다. 유량율이 더 큰 경우(10^{-5})에는 액 막 두께와 속도의 증가로 열제거 능력이 좋아져서 계산 영역을 벗어날 때까지도 낮은 유량율의 경우보다 비교적 낮은 온도를 가지며, MHD 효과가 작을수록 열제거 능력이 좋아져서



(a)



(b)

그림 10. $\mathrm{Ha}=10^4$, $\Phi_s=0$, $\Phi_b=0.01$, $a=5°$ **의 경우에 속도와 유도자장의 분포**
((a) $Q=10^{-6}$, (b) $Q=10^{-4}$)

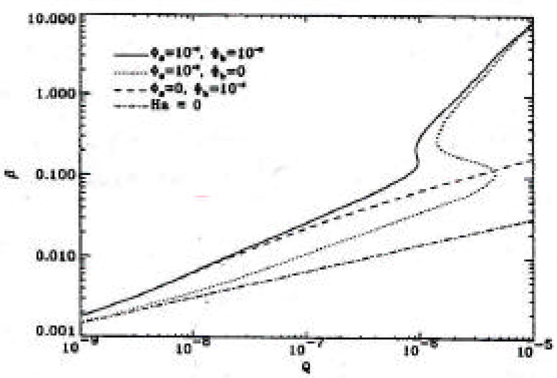
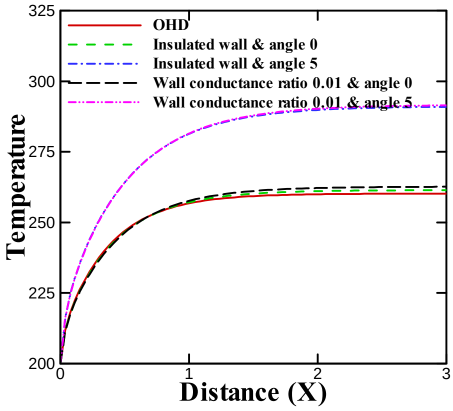


그림 11. $\mathrm{Ha}=10^4$, $a=5°$ **와 다양한 Wall conductance ratio에 대한 유량율의 함수로 나타낸 표준 액막 높이**

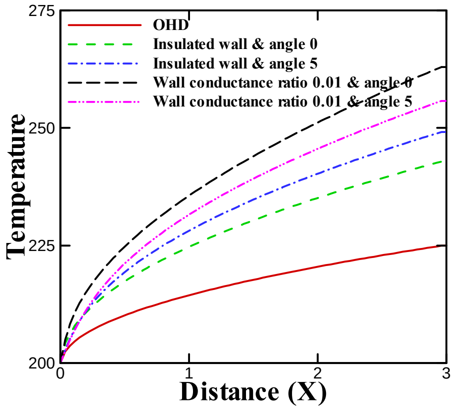
OHD의 경우가 가장 낮은 온도 상승을 보여준다. $a=0$ 인 전도성 벽면의 경우가 가장 큰 온도 상승을 보이는데 이는 MHD 효과가 가장 커서 결과적으로 속도의 감소를 가져와 대류 열전달량이 작기 때문이다. 고유량에서의 경우에는 큰 온도 차이를 나타내는데 이는 자장인가시 유량율이 증가함에 따라 처음에는 속도가 증가하다가 어떤 한계에서 강한 MHD 효과에 의해 더 이상 증가하지 않고 액막의 높이만 증가하는 현상으로 인해 대류에 의한 열전달이 OHD의 경우보다 훨씬 작기 때문이다. 그리고, 유로내에서의 유도전류와 인가자장에 의한 Joule손실을 계산한 결과 1°C 내외로 거의 무시할 수 있는 수준을 보임을 알 수 있었다.

표 1. 갈륨의 물성치

물 성	단 위	물 성 치	기 준
녹는점	°C	29.9	
끓는점	°C	1983	760 torr
질량	kg/m^3	6093	32°C
동점도	10^{-7} m^2/s	3.1	60°C
전기전도도	$10^6/(\Omega m)$	3.9	30°C
열전도도	J/(s·m°C)	33.4	mp
비열	J/(kg°C)	343	200°C



(a)



(b)

그림 12. 유체주입구에서 거리에 대한 자유표면에서의 온도 변화((a) $Q=10^{-7}$, (b) $Q=10^{-5}$)

4. 결 론

외부에서 자장을 인가하였을 때의 완전발달 개방 유로의 MHD 유동에 대한 수치적 연구를 수행한 결과 $a=0$ 인 경우에는 자유표면에서의 비응축 경계조건으로 인한 제트의 형성을 제외하고는 관유동의 경우와 유사한 속도 분포를 얻었다. $a \neq 0$ 인 경우에는 유량율의 증가에 따라 세 regime 형태의 유동이 발생하며 regime 2에서는 액막 높이 방향인 y 방향의 자장성분이 유동을 지배하고, regime 3에서는 유로폭 방향인 z 방향의 자장성분이 유동을 지배하는 것을 확인하였다. 또한 벽면의 전도성 유무는 유로 중심부에서의 MHD 제동의 크기를 결정한다, 즉, 전도성 벽면에서의 중심부의 속도는 절연성 벽면의 경우보다 매우 작은 것을 알 수 있었으며 이는 유체내에서 유도된 전류가 절연성 벽면인 경우에는 유체내에서만 회로를 구성하나 전도성 벽면인 경우에는 벽면과 함께 회로를 형성하여 전체적으로 더 큰 전류를 경험하게 되기 때문이었다. 또한, 완전한 비점성 MHD 유동은 Ha와 액막 높이의 곱이 100 이상인 곳에서 형성되며 이는 일정한 Ha에서 유량율의 증가하면 액막 높이가 증가하므로 큰 유량율의 경우에서는 완전 비점성 MHD 유동이 형성됨을 알 수 있었다.

액체금속 액막 유동에서 수치적으로 계산된 속도 분포를 이용하여 각 경우에 자유표면에서의 온도 분포를 확인한 결과 유량율이 클수록 속도의 증가와 액막 높이의 증가로 열제거 능력이 좋아지는 것을 알 수 있었으며, 인가자장이 있을 경우의 열제거 능력은 MHD 제동에 의한 속도 감소에 인한 대류 열전달 감소로 인가자장이 없을 때보다 떨어지는 것을 확인하였다.

References

[1] R.A. Alpher, et al., "Some Studies of Free Surface Mercury Magnetohydrodynamics," Rev.Mod. Phys. 32, 4, 758 (1960)
[2] J.S. Walker, "Uniform Open Channel Liquid Metal Flows with Transverse Magnetic Fields," Proc. 14th Midwestern Mechanics Conf., Developments in Mechanics, Vol. 8, p.421 (1975)
[3] P.R. Hays and J.S. Walker, "Liquid-Metal MHD Open-Channel Flows," J. Appl. Mechan., 51, 13(1984)
[4] T.N. Aitov, et al., "Flow of Liquid Metal in a Chute in a Coplanar Magnetic Field," Magnetohydrodynamics, 23, 1, 91 (1987)
[5] I.A. Evtushenko, et al., "Hydrodynamics and Exchange of Heat in Thin Liquid-Metal Layers within a Magnetic Field," Magnetohydrodynamics, 27, 3, 287 (1991)
[6] A. Shishko, "A Theoretical Investigation of Steady State Film Flows in a Coplanar Magnetic Field," Magnetohydrodynamics, 28, 2, 170 (1992)
[7] N. B. Morley, "Numerical and Experimental Modeling of Liquid Metal, Thin Film Flow in a Quasi-Coplanar Magnetic Field, PhD Thesis, UCLA (1994)
[8] N.B. Morley and M.A. Abdou, "Modeling of Fully Developed, Liquid Metal, Thin Film Flows for Fusion Divertor Applications," Fusion Eng. Des., 30, 339 (1994)
[9] P. Roberts and N.B. Morely, "Solutions of Uniform, Open-Channel, LM-MHD Flow in a Strong, Oblique Magnetic Field," Phys. Fluids, 8, 4 (1996)
[10] N.B. Morley and M.A. Abdou, "Study of Fully Developed, Liquid-Metal, Open-Channel Flow in a Nearly Coplanar Magnetic Field," 31, 135 (1997)
[11] V.M. Kudrin, et al., "Developed Flow of a Thin Liquid Metal Layer in an Inclined Magnetic Field," Magnetohydrodynamics, 29, 1, 66 (1993)
[12] A. Ying, et al., "Free Surface Heat Transfer and Innovative Designs for Thin and Thick Liquid Walls," draft copy submitted to ISFNT-5, Rome, (Sep. 1999)
[13] J.A. Shercliff, *A Textbook of Magnetohydrodynamics*, Pergamon Press Ltd., London (1965)