

## Bayes' 이론을 이용한 ONED94 코드의 출력분포 적응인자 계산연구

### A Study of Power Adaptation Factor Calculation of ONED94 Code by Using Bayes' Theorem

이석민, 이은철

서울대학교  
서울특별시 관악구 신림동 산56-1

오수열

한국원자력연구소  
대전광역시 유성우체국 사서함 105호

#### 요약

한국 원자력 연구소에서 개발된 1차원 2군확산 방정식을 이용한 노심해석 코드인 ONED94는 사용하기 위한 반응도 단면적 자료를 축약하는 과정에서 발생하는 오차를 줄이기 위하여 제논적응, 출력분포적응, 제어봉가 적응 등의 방법을 사용한다. 그러나 기존의 출력분포 적응방법은 출력분포 적응인자 계산시 축방향 출력분포 형태에 따라 기준출력에 맞추지 못하고 발산하는 경우가 발생하며 현재 이 문제를 해결하기 위해 Detector 적응방법을 사용하고 있으나 이 방법을 사용하기 위해서는 Detector response matrix를 알아야 하는 등 많은 번거로움이 따른다. 따라서 출력분포 적응인자 계산에 조건부 확률을 이용하는 Bayesian 이론을 적용한 새로운 방법을 도입하였으며 그 결과 축방향 출력분포를 기준출력과 1%이내의 오차에서 맞추는 적응인자를 쉽게 찾을 수 있어 기존 적응방법의 어려움을 해결할 수 있었다.

#### Abstract

The ONED94 code developed by KAERI is a 1-dimensional 2-group diffusion theory code reactor simulation. In this code, the adaptation method for Xenon, Power shape and Control rod worth is further employed to reduce the errors in the collapsing process of cross-section data. The current power adaptation method has turned out to show several problems as not calculating adequate adaptation factors according to core axial power shape. Consequently, the Detector response method is applied to solve this problem. This method, however, also has the difficulty that the detector response matrix must be known first. Subsequently, the new adaptation method using Bayesian theorem is employed to overcome these problems. As a result, the adaptation method using Bayesian theorem could easily and accurately find an adequate adaptation factor within 1% of relative error.

## 1. 서론

원자력 발전소에서 원자로심의 출력분포 및 임계붕산농도와 같은 운전변수에 대한 정확한 정보를 구하는 문제는 원자로 설계나 운전에서 매우 중요하다. 노심의 과도 현상을 빠른 시간내에 해석하는 가장 일반적인 방법으로 대상 노심의 기하학적인 차수를 3차원에서 1차원으로 축약하여 해석하는 방법들이 연구되고 있는데 이 경우에 해석을 위한 계산시간은 크게 줄어드나 3차원 노심 정보를 얻을 수 없으며, 또한 입력 자료의 생산시 3차원 노심의 변수들을 1차원 변수로 축약해야만 하므로 많은 공학적 인자의 도입이 불가피하게 요구되고 이들 인자의 적절한 선택이 매우 중요하게 된다. 그러나 이들 공학적 인자를 적절히 선택할 수 있다면 1차원 노심해석 코드도 원자력발전소의 2~3일에 걸친 부하추종운전 모사나 제논 등으로 인한 노심 천이 현상의 해석등에 3차원 노심해석 코드와 비슷한 정확도를 유지하며 빠른 노심 모사를 할 수 있을 것이다.

ONED94 코드는 한국원자력연구소에서 개발된 1차원 노심해석 코드로 높은 정밀도와 빠른 전산시간으로 노심 모사를 할 수 있는 코드이다. ONED94 코드 또한 3차원 노심변수를 1차원 변수로 축약하는 과정에서 발생하는 오차를 줄이기 위하여 적응(Adaptation)과정을 통해 공학적 인자를 도입하고 있다. 이러한 적응은 3차원 핵설계 코드계산 결과 또는 핵설계 값에 대해서 모사를 시작하기 전에 적응을 하므로서 적응시 계산값을 기준값에 완전히 일치 시키고 이후 3~4 일간의 노심모사에서 노심상태를 보다 정확하게 예측하기 위함이다. ONED94에서 사용하는 적응방법으로는 출력분포 적응, 제어봉가 적응, 제논반응도가 적응이 있다. 이중 출력분포 적응은 계산출력이 3차원 핵설계 코드 결과나 핵자료 보고서(NDR)의 기준출력과 일치 하도록 적응인자(adaptation factor)를 계산하는 것인데 그 방법으로는 Buckling 방법과 Detector Response 방법이 연구되어 왔다. Buckling 방법은 출력과 적응인자간의 선형변화에 근거하여 적응인자를 구하는 방법으로 기준출력과 비교하여 출력변화가 완만한 노심에서는 적응인자 계산에 어려움이 없으나 출력변화가 심한 노심에서는 적응인자 계산이 수렴하지 않는 단점이 있다. 이를 보완하기 위해 Detector Response 방법이 도입되어 사용되고 있으나 detector response matrix를 구해야 하는 어려움이 따른다.

따라서 본 논문에서는 이러한 적응인자 계산의 문제점을 해결하기 위해 조건부 확률을 이용하는 Bayes' 이론을 도입하였다. 이 이론은 계산이나 실험으로 측정된 정확한 결과를 갖고 있을 때, 이를 만족하는 새로운 인자를 찾아주는데 유용한 이론으로 핵자료의 반응도 모델 계산등에 많이 사용되어 왔다. 즉 기준값과 기준값이 갖고 있는 확률분포를 이용하여 계산값이 기준값을 잘 표현하도록 나타내는 인자를 찾는 데 적용할 수 있다. 또한 이 이론에는 각 인자들의 분포 및 상호관계를 나타내는 공분산이 사용되는데 이에 따라 계산시 변수간의 선형성 문제를 해결 할 수 있으며 기준값에 맞추기 위한 여러번의 계산 과정을 줄일 수 있는 잇점을 갖고 있다.

## 2. Bayesian 이론

Bayes' 이론의 기본식은 다음과 같다.

$$h(f|P_r) \propto h(P_r|f)h(f) \quad (1)$$

여기서  $p(f|P_r)$ 는 기준출력( $P_r$ )을 표현하는 적응인자( $f$ )가 갖는 분포함수를 나타내며  $p(P_r|f)$ 는 기준출력의 분포함수,  $p(f)$ 는 기준출력으로 맞추기전의 적응인자들의 분포함수를 나타낸다. 만일  $f_0$ 가 각 노드별 적응인자의 평균값인  $\langle f \rangle$ 를 나타내며 이의 공분산이  $F_0 = \langle (f - f_0)(f - f_0)^T \rangle$ 라 하고 출력의 변화가 적응인자의 변화에 대해 선형적이라고 할 때, 출력을 적응인자의 함수로 표현하여 적응계산전 적응인자  $f_0$ 에 대하여 1차 Taylor 전개를 하면 다음과 같다.

$$P(f) = P(f_0) + C(f - f_0) \quad (2)$$

여기서  $C$ 는 적응인자에 따른 출력변화를 나타내는 민감도 계수이다. 만일  $P(f_0)$ 가 원하는 기준출력과 같은 값을 갖는다면 더 이상 적응계산을 할 필요가 없다. 그러나 적응계산하기 전의 출력은 적응인자  $f_0$ 에 대하여 정확한 값을 갖지 못하므로 정확한 출력을 나타낼 수 있도록  $f_0$ 를 새로운 적응인자  $f_1$ 으로 바꿔 주어야 한다. (1)식에 나타난 Bayes' 식을 이용하여  $f_1$ 를 구하는 과정은 다음과 같다. 우선 (1)식의 각 항들의 분포가 정규분포형태를 따른다고 할때 각 항들을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h(P_r|f) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |V_r|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(P_r - P(f))^T V_r^{-1}(P_r - P(f))\right\} \quad (3)$$

$$h(f) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |F_0|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(f - f_0)^T F_0^{-1}(f - f_0)\right\} \quad (4)$$

$$h(f|P_r) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |F_1|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(f - f_1)^T F_1^{-1}(f - f_1)\right\} \quad (5)$$

식(3),(4),(5)를 식(1)에 대입하여  $f_1$  및 이의 공분산  $F_1$ 으로 나타내면 다음과 같다.

$$f_1 = f_0 + F_0 C^T (C F_0 C^T + V_r)^{-1} (P_r - P(f_0)) \quad (6)$$

$$F_1 = F_0 - F_0 C^T (C F_0 C^T + V_r)^{-1} C F_0 \quad (7)$$

식(2)과 식(6)을 비교해 보면 식(2)에서 민감도계수( $C$ )가 식(6)에서는 각 변수들의 공분산으로 보정되었음을 알 수 있다. 이러한 각 변수들의 분포를 나타내어 주는 공분산으로 인해 각 변수들

간의 비선형문제를 해결할 수 있으며 이미 원하는 계산결과 값이 갖는 분포를 알기 있으므로 계산시 적은 반복계산 횟수로 정확하게 계산 할 수 있다.

### 3. 공분산

Bayes' 이론에 사용되는 공분산은 적응전 출력적응 인자의 공분산과 기준출력의 공분산이다. 이 공분산은 각 변수들이 각 노드에서 갖고있는 분포범위를 나타내는 값으로 각노드에서 변수들이 가질수 있는 평균값에 대한 분산 및 다른 노드들과의 관계를 나타내는 값이다. 그러나 적응인자 계산에서는 미리 알 수 있는 값이 아니므로 다음과 같은 계산 과정을 통하여 구하였다.

출력정규화(Power normalization)에 따라 각 노드별 출력은 식(8)과 같이 나타낼 수 있으며, 두 노드간의 출력  $p_i$  와  $p_j$ 의 공분산 ( $V_{ij}$ )은 식(9)와 같이 표현할 수 있다.

$$p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3 + \dots + p_{N-1} h_{N-1} + p_N h_N = H \quad (8)$$

$$Cov(p_i, p_j) = V_{ij} = E(p_i p_j) - E(p_i)E(p_j) \quad (9)$$

여기서, N은 축방향 노드 수 이고, H는 축방향 노드 전체 길이 그리고  $h$ 는 각 노드의 길이를 나타낸다. 식(8)을  $p_j$ 에 관하여 풀어보면 다음 식(10)이 되며 이 식을 식(9)에 대입하여 정리하면 식(11)와 같으며 각 노드의 분산 즉  $V_{jj}$ 는 식(12)와 같다.

$$p_j = \frac{H - \sum_{k \neq j}^N p_k h_k}{h_j} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \therefore Cov(p_i, p_j) &= V_{ij} = E(p_i p_j) - E(p_i)E(p_j) \\ &= - \frac{\sum_{k \neq j}^N \{E(p_k p_j) - E(p_k)E(p_j)\} h_k}{h_j} \\ &= - \frac{\sum_{k \neq j}^N V_{jk} h_k}{h_j} \end{aligned} \quad (11)$$

$$- V_{jj} h_j = \sum_{k \neq j}^N V_{jk} h_k \quad (12)$$

공분산을 구하기 위해 식(12)를 살펴보면  $V_{jj}$ 를 가정하여 그 값을 알고 있다 하여도 방정식 개수는 N개이고 미지수 개수는 N(N-1)개 이므로 나머지 공분산  $V_{ij}$ 값을 구할 수 없다. 따라서 출력  $p_i$ 와  $p_j$ 에서 대각원소( $V_{jj}$ )를 중심으로 양옆 노드에만 서로 영향을 미친다고 가정하면  $j=1,2,\dots,j-2, j+2,\dots,N$  사이에서는 공분산이 0이되어 식(13)과 같이 Tri-diagonal matrix가 된다.

$$\begin{array}{cccccc}
& & V_{12}k_2 & 0 & \cdots & 0 & = & -V_{11}k_1 \\
V_{21}k_1 & & + V_{23}k_3 & \cdots & & 0 & = & -V_{22}k_2 \\
0 & V_{32}k_2 & & \cdots & & 0 & = & -V_{33}k_3 \\
& \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & V_{NN-1}k_N & & = & -V_{NN}k_N
\end{array} \quad (13)$$

그러나 이 식에서도 미지수는  $2(N-1)$ 개가 되므로 윗식을 풀수 없다. 그러나 대각원소를 중심으로 양옆 노드에서 대각원소에 미치는 영향이 서로 같다고 할 수 있으므로, 즉  $V_{i-1} = V_{i+1}$ 라고 한다면 미지수는  $N$ 개가 되므로 모든 off-diagonal term을 구할 수 있다. 이러한 가정을 사용할 경우 마지막 노드에서 작은 분산을 갖게 되므로 양끝 노드에서의 심한 오차가 발생한다. 따라서 이를 피하기 위하여  $i=2$ 부터  $N-1$  까지의 공분산을 먼저 구한 뒤 대칭임을 이용하여 1번 노드와  $N$ 번 노드의 공분산을 구하여 양끝 노드에서 생길 수 있는 오차를 줄였다.

출력 뿐만 아니라 적응인자 역시 위와 같은 가정을 사용하여 공분산을 구하였다. diagonal term인  $V_{ii}$ 는 적응인자 계산시 알 수 있는 값이 아니므로 적응인자 및 기준출력값의 분산을 가정하여 계산하였다. 가정 방법으로 적응인자는 적응인자의 초기 입력치에 대해 1%~6% 정도의 분산을 갖는다고 설정하였고, 기준출력은 정확한 값이라고 볼수 있어 작은 분산을 갖는다고 가정하여 0.1%~0.5% 정도의 분산을 갖는 것으로 설정하였다. 최종적인 공분산값은 위에서 정한 값의 범위에서 계산과정을 통해 민감도 계산을 수행하여 결정하였다. 대체로  $V_{ii}$ 값이 기준출력은 0.1%, 적응인자는 5%이내에서 결정되었다.

#### 4 해석

Bayes'이론으로 유도된 식(6)과 식(7)을 이용하여 적응인자를 구하는 방법은 다음과 같다.

계산 대상노드의 각 노드별 정보를 입력한 뒤 3차원 계산결과로 구해진 기준출력( $P_r$ )을 입력하고 기준출력이 갖는 공분산( $V_r$ )을 계산한다. 그 뒤 계산하고자 하는 적응인자( $f_0$ ) 값을 초기값으로 설정하고 이의 공분산( $F_0$ )을 구한다. 적응인자의 초기값은 1.0을 사용하였다. 초기값으로 설정된  $f_0$  값을 입력으로 하여 ONED94코드 계산을 통해 출력  $P(f_0)$ 를 계산한다. 이때 계산된  $P(f_0)$ 값이 기준출력인  $P_r$ 과의 오차가 오차범위 이내이면 적응인자  $f_0$ 값을 그대로 사용하면 되지만 대부분의 경우 오차범위를 벗어난다. 따라서 식(6)의 Bayes' 식에 따라 각 노드에서 적응인자 변화에 따른 출력분포의 변화를 나타내주는 민감도계수를 계산하고 이의 역행렬을 계산하여 새로운 적응인자  $f_1$ 을 구한다. 민감도 계수의 계산은 식(14)에서  $\pm df_j$ 값이 적응인자  $f_0$ 값이 각 노드에서  $\pm 5\%$  변할때로 계산하여 출력 변화의 선형성을 보완하였다.

$$C_{ij} = \frac{P_f(f_1, \dots, f_j + df_j, \dots, f_N) - P_f(f_1, \dots, f_j - df_j, \dots, f_N)}{2df_j} \quad (14)$$

이렇게 계산되어진 새로운 적응인자  $f_1$ 을 입력으로 하여 ONED94 코드로 출력  $P(f_1)$ 을 계산하여 기준출력  $P_c$ 과 비교한다. 기준출력과의 오차가 오차범위 이내로 들어오면 계산을 종료하고 오차범위를 벗어나면 계산된 각 공분산 및 적응인자를 이용하여 반복계산을 한다.

본 논문에서 적응인자 계산을 적용한 대상 노심 및 계산방법은 다음과 같다. 적응인자 계산 대상노심으로 차세대원자로와 AP600을 선정하여 적응인자를 계산하였다. 차세대원자로는 각 연소도 BOC(1000Mwd/Mtu), MOC(10080Mwd/Mtu), EOC(16000Mwd/Mtu)에서 기존의 방법인 Buckling 방법으로 적응인자를 찾을 수 없는 노심이며 이를 해결하기 위한 Detector Response 방법을 사용하기 위해서는 Detector response matrix를 알아야 하나 실제 운전중인 노심이 아니므로 이를 구하는 방법에는 어려움이 따른다. 따라서 이를 해결하기 위해 이와 비슷한 노형의 데이터를 이용하여 Detector Response 방법을 적용한 경우가 있으나 이는 적절한 방법으로는 볼 수 없다. 따라서 이들 노심에 Bayes' 이론을 적용하여 출력분포 적응인자 계산을 하였으며 차세대 원자로의 경우 출력준위 100%, 70%, 30%에서, AP600은 출력준위 100%, 50%, 30%에서 적응인자를 계산하였다. 계산에 사용된 오차 범위는 기준출력과 계산출력의 상대오차 1%로 두었으며 출력변화에 따른 반응도변화를 고려하여 임계봉산 농도도 기준임계봉산 농도에 맞추도록 계산하였다.

## 5. 결과

차세대 원자로의 적응인자 계산은 BOC, MOC, EOC에 대하여 각 연소도별로 100%, 70%, 30% 출력에 대해 적응인자를 계산하였다. 앞절에서 설명한 방법으로 공분산을 계산하였으며 이에 대한 민감도 분석 결과는 표1과 같다. 기준출력의 공분산은 0.1%에서 결정되었으며 적응인자의 공분산은 연소도 및 출력별로 1%~6%사이에서 결정되었다.

그림1에서 그림3까지는 차세대 원자로에서 EOC에서 계산한 출력 및 기준출력을 나타낸 그림이다. 초기출력은 출력분포 적응인자를 1.0으로 두었을때의 ONED94 계산결과이며 Bayes' 식을 이용하여 찾은 출력을 같이 나타내었다. 기준출력은 3차원 코드의 계산결과이다. 차세대 원자로는 축 방향으로 24개의 노드가 있으며 1번노드가 Bottom노드, 24번노드가 Top노드이다. 그림에서 보듯이 적응인자 계산후 ONED94로 계산된 출력이 기준출력에 대해 잘 모사하고 있음을 알 수 있다. 또한 임계봉산농도의 계산도 병행하였는데 그 결과는 표2와 같다. 표2는 계산시 사용된 기준출력의 임계봉산농도 및 적응계산후의 임계봉산농도를 나타낸 것이며 상대오차 1%이내에서 잘 맞고 있음을 알 수 있다. 표3은 적응인자를 계산후 기준출력과 계산출력의 상대오차를 나타내는 것이다. 이 또한 오차범위인 상대오차 1% 이내에서 수렴되었음을 알 수 있으며 계산횟수가 1회에서 최대 10회까지 됨을 알 수 있다. BOC에서는 기준출력과 초기출력과의 차이가 작아 적은 계산횟수를 보이며 MOC, EOC에서는 기준출력과 초기출력의 차이가 크게 나타나므로 BOC와 비교하여 더 많은 반복계산이 이루어 졌다.

## 6. 결론

ONED94코드의 출력분포 적응인자 계산에 Bayes' 이론을 도입하여 차세대 원자로를 대상으로 계산한 결과 기존의 방법으로 수렴하지 못하였던 경우에서도 기준출력과 계산출력의 상대오차 1% 이내에서 쉽게 적응인자를 찾을 수 있었다. 이는 Bayes'식에서 사용되는 각 변수들의 분포를 나타내주는 공분산이 적응인자 계산시 발산되지 않게 하기 때문이다. 이러한 공분산을 찾아주기 위해 민감도 분석을 한 결과 기준출력의 공분산은 0.1%, 적응인자의 공분산은 1%~8% 내에서 결정됨을 알 수 있었다. 또한 최적의 공분산 결정에 따라 계산 반복횟수를 줄일 수 있었다. 따라서 ONED94 적응인자 계산에 본 논문에서 사용한 Bayes' 이론을 적용한다면 기준출력에 잘 맞추는 출력분포 적응인자를 쉽게 계산할 수 있다.

기존방법과 계산시간을 비교하여 볼때 반복계산 횟수의 감소로 계산시간이 향상되었다고 할 수 있으나 적응인자에 대한 출력변화률을 나타내는 Sensitivity Matrix 계산시 기존의 방법과 같은 방법을 사용하고 있으므로 이 방법을 좀더 나은 방법으로 개선한다면 적응인자 계산시 계산속도를 줄일 수 있을 것이다.

표 1 Sensitivity Matrix의 민감도 분석 결과

연 소 도	출력준위(%)	출력적응인자 공분산(%)	기준출력 공분산(%)
BOC	100	5.0	0.1
	70	6.0	0.1
	30	6.0	0.1
MOC	100	1.0	0.1
	70	1.0	0.1
	30	1.0	0.1
EOC	100	5.0	0.1
	70	1.0	0.1
	30	6.0	0.1

표 2 임계 붕산 농도

(단위: ppm)

연소도/출력	기준임계붕산농도	초기임계붕산농도	계산후 임계붕산농도	상대오차 (%)	
BOC	100%	973.5	976.4	973.9	0.04
	70%	1025.7	1019.0	1025.0	0.06
	30%	1128.0	1112.4	1126.3	0.15
MOC	100%	693.0	670.2	688.9	0.59
	70%	746.5	719.8	742.0	0.60
	30%	864.4	821.1	860.5	0.45
EOC	100%	151.6	142.9	153.1	0.98
	70%	215.1	209.2	216.7	0.74
	30%	335.7	326.0	337.3	0.47

표 3 최대 상대 오차  $[(P_{ref} - P)/P_{ref}]$  및 계산횟수

연 소 도	출력준위(%)	상대오차	반복계산횟수
BOC	100	0.41E-03	1
	70	0.68E-03	1
	30	0.21E-02	1
MOC	100	0.76E-02	4
	70	0.81E-02	5
	30	0.99E-02	8
EOC	100	0.98E-02	10
	70	0.94E-02	9
	30	0.96E-02	9

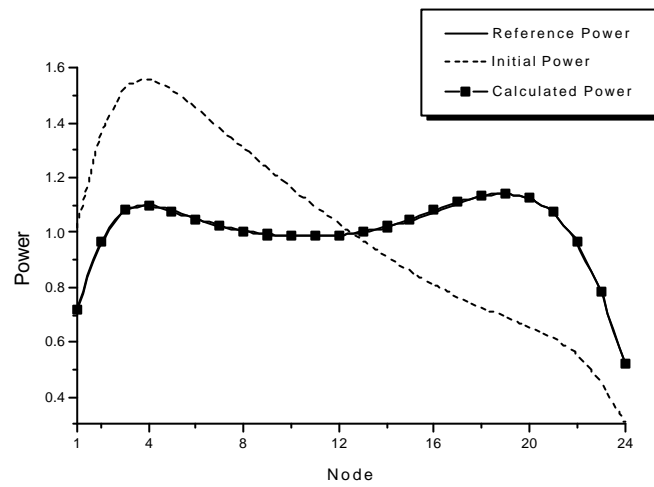


그림 1 출력 100%에서 기준출력과 계산출력비교(EOC)

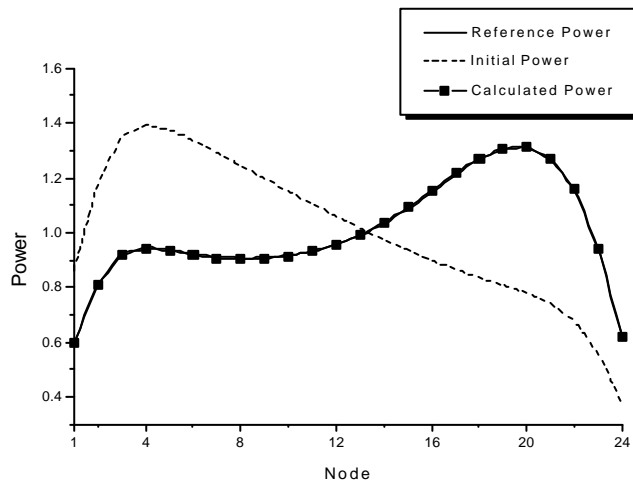


그림 2 출력 70%에서 기준출력과 계산출력비교(EOC)



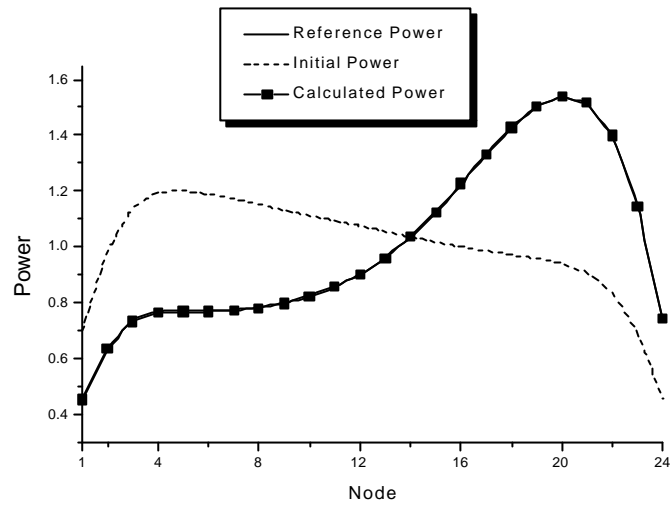


그림 3 출력 30%에서 기준출력과 계산출력비교(EOC)

## 7. 참고문헌

1. 장종화 외, "노심관리용 1차원코드 ONED90 개선," KAERI/RR-1296/93, 한국원자력연구소, 1993.
2. 장종화 외, "User's Manual ACE/ONED," KAERI/TR-631/96, 한국원자력연구소, 1996.
3. 이기복, "Application of 1-D and 3-D Reactor Kinetics Analysis Method," 석사학위논문, 서울대학교, 1988.
4. Larson, N. M., "Updated Users' Guide for SAMMY : Multilevel R-matrix Fits to Neutron data using Bayes' Equation," ORNL/TM-9179/R3, 1996.
5. Kawano, T., Uenohara, Y., Kanda, Y., "Program KALMAN, A General Purpose Computer Program for Parameter Estimation User's Guide," Kyushu University, 1992.
6. Uenohara, Y., Tsukamoto, M., Kanda, Y., "Method for Decision of Nuclear Reaction Model Parameters," J. Nucl. Sci. Technol., 20[9], pp787 ~ 789, 1983.
7. Oh, S. Y., Shibata, K., "Evaluation of Covariance Data for Chromium, Iron and Nickel Contained in JENDL-3.2," J. Nucl. Sci. Technol., 35[1], pp66 ~ 75, 1998.
8. Bernardo, J. M., et al., "Bayesian Theory," John Wiley and Sons., 1993.
9. Wildt, A. R. et al., "Analysis of Covariance," Sage publications, 1978.