

**Monte Carlo 모의를 이용한 원자로 중성자 잡음 분석 이론 검토**  
**Review of Neutron Noise Analysis Theory by Monte Carlo Simulation**

전병진, 박상준, 김명섭  
한국원자력연구소  
대전광역시 유성구 덕진동 150

**요 약**

1970년 이전까지 원자로의 동특성 인자를 측정하는 중성자 잡음 분석 이론에 논란이 있었으나 이론적으로 확실한 결론을 내린 보고서를 발견하지 못하였으며, 우리의 TRIGA 및 하나로 원자로에서 잡음 분석 실험을 할 때도 의문이 제기되었었다. 이러한 의문을 해소하기 위하여 가장 기본적인 잡음 분석 이론을 확인할 수 있는 Monte Carlo 모의 계산을 하였다. 이 모의 계산을 통하여 원자로 중성자 잡음 분석에 일반적으로 사용되고 있는 식이 근사적으로 타당하나 식이 유도되는 과정에 대한 설명에 혼선이 있었음을 확인하였다.

원자로의 동특성 인자를 측정하는데 사용되는 대표적인 잡음 분석법 가운데 하나인 Rossi- $\alpha$  기법에서 연쇄 반응 관련 항에 대하여는 서로 다른 주장이 있었다. 애초에 Los Alamos National Laboratory (LANL)에서 유도한 식이 일반적으로 받아들여지고는 있으나 다른 주장도 수학적으로 엄밀한 방법으로 유도되고 실험적으로 확인한 것으로 되어 있으며, 차이가 나는 이유가 확실하게 규명되지는 않았다. 이것은 중성자의 에너지나 공간적인 영향 등을 고려하기 이전의 근본적인 개념상의 문제이므로 가장 단순한 원자로 모델에 대하여 Monte Carlo 모의 계산을 해보면 확인할 수 있다. 이러한 목적으로 중성자 잡음 분석 실험을 모의하여 보았으며, 그 결과 애초의 식이 근사적으로 옳다는 것을 확인하였다. 그러나 애초에 식을 개발한 사람들이 식에 대해 설명한 것은 별로 정확하지 않으며, Rossi- $\alpha$  기법을 실제 실험에 처음 적용한 Orndoff가 비교적 정확하게 설명하고 있는 것으로 판단된다.

**Abstract**

Some debates on the theory of neutron noise analysis for reactor kinetic parameter measurement were found before 1970 but a report firmly clearing these debates has not been found, and a question was raised when neutron noise experiments for the TRIGA and HANARO reactors in Korea were performed. In order to clarify this question, the neutron noise experiment is simulated by the Monte Carlo method. This simulation confirms that the widely used equation is approximately valid and that the confusion was caused from the explanation on the derivation of the equation.

Rossi- $\alpha$  technique is one of the representative methods of noise analyses for the reactor kinetic parameter measurement, but different opinions were raised for the chain reaction related term in the equation. The equation originally derived at the Los Alamos National Laboratory (LANL) has been widely accepted. However, the others were supported by strict mathematics and experiments as well, and the reason of discrepancy has not been clarified. Since it is the problem of basic concept before the effect of neutron energy or geometry is included, the Monte Carlo simulation for the simplest reactor model could clarify it. For this

purpose, the experiment measuring the neutron noise is simulated, and it results that the original equation is approximately valid. However, it is judged that the explanation on the equation by the authors derived it for the first time is not so correct, but Orndoff who made the first experiment by the Rossi- $\alpha$  technique explained it rather correctly.

## 1. 서 론

중성자 잡음 분석법은 원자로의 동특성 인자를 측정하는 방법으로 널리 사용되고 있다. 이 가운데 Rossi- $\alpha$  기법은 Los Alamos 초창기에 Bruno Rossi가 처음 제안하였고, Feynman 등 [1,2,3]이 발견적인 방법 (heuristic approach)으로 이론을 만들었다. 이후 여러 사람[4-9]이 수학적으로 더욱 엄밀한 방법으로 유도하여 발견적인 방법으로 유도한 Rossi- $\alpha$  식이 정확함을 확인한 것으로 되어 있다. Rossi- $\alpha$  기법으로 처음 실험한 Orndoff[10]는 이 식이 실험과 일치하는 것을 검증하였으나 식에 대한 설명을 달리 하였다. 그러나 Uhrig 등[11,12] 중성자 잡음 분석법을 체계적으로 정리한 저자들은 Feynman 등의 설명을 그대로 따르고 있다. 한편 Pacilio[13]는 연쇄 반응 상관함수가 다르게 유도된 예[14,15]와 이와 관련된 논쟁[16]을 소개하고 있는데, 반응도에 따라 매우 다른 결과를 내는 것이었다. 다른 주장들도 엄밀한 수학적 유도와 실험적인 검증으로 뒷받침하고 있기 때문에 차이가 나는 이유가 규명되지 않았다고 하였다.

저자[17]가 서울의 TRIGA 원자로에서 국내에서는 처음으로 이 실험을 성공적으로 하였을 때는 Uhrig와 Williams 등의 저서를 주로 참고하였으며, 이 때 즉발 중성자의 확률 분포가 퍼지는 정도를 나타내는 Diven's factor( $D_v$ )가 연쇄 반응 상관함수에 들어가는 것에 대하여 의문을 제기하였다. 이 값은 약 0.8인데 이러한 의문 때문에 하나로 실험 결과를 정리할 때는  $D_v$  대신에 1을 사용하였다. 만일 원래의 식에 대한 설명이 맞다면 계측기로 핵분열 계수기를 쓸 때와 BF<sub>3</sub>와 같이 단순 흡수 물질을 쓸 때 그 결과는 크게 달라야 한다. 그러나 하나로에서 두 가지 계측기로 실험한 결과 측정 오차의 범위를 넘어서는 차이를 발견하지 못하였다. 따라서  $D_v$  대신에 1을 사용하는 것이 옳다고 생각하였지만 충분히 이해할 수 있는 이론적인 논리를 세울 수 없었다.

이러한 의문을 해결하는 가장 간단한 방법은 잡음 측정 실험을 Monte Carlo법으로 모의해 보는 것이다. 원래의 Rossi- $\alpha$  기법에서는 점 동특성 이론 (point kinetic theory)의 결과에서 즉발 중성자의 시간에 따른 변화만 고려한다. 따라서 중성자의 에너지를 한 가지로 고정하고, 즉발 중성자만 가정하며, 시간에 따른 반응만 고려하면 된다. 이러한 모의 계산은 매우 간단하게 할 수 있다.

모의 계산 결과 원래의 Rossi- $\alpha$  식이 근사적으로 정확하다는 것을 확인하였다. 그리고 식이 정확하다면 이러한 식이 어떻게 설명될 수 있을 것인지를 생각하여 방안을 찾았는데, Orndoff[10]도 비슷한 방법으로 설명한 것을 발견하였다.

## 2. Rossi- $\alpha$ 기법

Feynman 등[1,2,3]이 발견적인 방법으로 유도한 Rossi- $\alpha$  기법의 내용은 다음과 같다.  $\Delta$ 의 시간 동안 중성자를 계측할 확률은 무작위적인 성분과 연쇄 반응 상관 성분으로 구성되어 있다.

$$p(\hat{t})\Delta = A\Delta + Be^{-\alpha\Delta} \quad (1)$$

여기서  $A$ 는 평균 계수율로서 무작위적인 것이며,  $B$ 는 연쇄 반응 상관 성분의 계수이다. 연쇄 반응 상관 성분에는 지발 중성자가 기여하는 부분도 있으나 무시한다.  $\alpha$ 는 즉발 중성자 붕괴 상수이며 점 동특성 이론에서  $\frac{\beta-\rho}{\Lambda}$ 로 표현된다. 식(1)의  $B$ 는 다음과 같이 유도된다.  $t_0$ ,  $dt_0$ 에 한 개의 핵분열이 일어날 확률은 다음과 같다.

$$p(t_0)dt_0 = Fdt_0 \quad (2)$$

여기서  $F$ 는 평균 핵분열률이다. 이후  $t_1$  ( $>t_0$ ),  $\Delta$ 에  $t_0$ 에 생긴 한 개의 핵분열로 인해 생겨난 중성자 한 개를 측정할 확률은 다음과 같다.

$$p(t_1)A_1 = \epsilon \nu_p v \Sigma_f e^{-\alpha(t_1 - t_0)} A_1 = \frac{\epsilon \nu_p}{\langle \nu_p \rangle v \Sigma_f} e^{-\alpha(t_1 - t_0)} A_1 \quad (3)$$

여기서,  $\epsilon$  = 핵분열당 계속 확률로서  $A = \epsilon F$ 이며,

$\nu_p$  =  $t_0$ 에 생긴 핵분열에서 실제로 발생한 즉발 중성자의 수,

$\langle \nu_p \rangle$  = 핵분열에서 발생하는 즉발 중성자의 평균값,

$v$  = 중성자의 속도,

$\Sigma_f$  = 거시적인 핵분열 단면적,

$A$  = 즉발 중성자 세대 =  $\frac{1}{\langle \nu_p \rangle v \Sigma_f}$  이다.

비슷한 방법으로  $t_0$ 에 중성자가 계속된 뒤  $t_2 (> t_1)$ ,  $A_2$ 에 연쇄 반응 상관성을 가진 중성자 한 개를 측정할 확률은 다음과 같다.

$$p(t_2)A_2 = \frac{\epsilon(\nu_p - 1)}{\langle \nu_p \rangle v \Sigma_f} e^{-\alpha(t_2 - t_0)} A_2 \quad (4)$$

식(3)과 비교하면  $\nu_p$  대신에  $(\nu_p - 1)$ 이 곱해져 있는데, 이것은  $t_0$ 에 한 개의 중성자가 계속되어 연쇄 반응 고리 (fission chain)에서 없어졌기 때문이라고 설명하고 있다.

식(2), (3), (4)의 확률은 서로 독립적이다. 따라서 같은 핵분열 고리에 있는 중성자를  $t_1$ 과  $t_2$ 에 각각 한 개씩 측정할 전체 확률은 이 세 개를 모두 곱하여  $-\infty$ 에서  $t_1$ 까지 적분하면 된다. 식(2), (3), (4)를 곱하여 적분한 결과는 다음과 같다.

$$p_C(t_1, t_2)A_1 A_2 = \frac{F \epsilon^2 \langle \nu_p (\nu_p - 1) \rangle}{2 \langle \nu_p \rangle^2 v \Sigma_f^2} e^{-\alpha(t_2 - t_1)} A_1 A_2 = \frac{F \epsilon^2 D_v}{2(\beta - \rho)A} e^{-\alpha(t_2 - t_1)} A_1 A_2 \quad (5)$$

식(3)과 (4)를 곱하면 계수에  $\nu_p(\nu_p - 1)$ 이 붙지만 모든 핵분열에 대하여 적분한 뒤에는 이의 평균값을 써야 하므로  $\langle \nu_p(\nu_p - 1) \rangle$ 로 바뀐다. 결국  $\frac{\langle \nu_p(\nu_p - 1) \rangle}{\langle \nu_p \rangle^2}$ 이 붙는데 이것이  $D_v$ 이다.

$D_v$ 는  $\nu_p$ 의 확률 분포가 갖는 상대적인 폭을 나타내며 U-235의 경우  $0.795 \pm 0.007$  [18]이고 다른 핵분열 핵종들에 대하여도 0.8에 매우 가깝다.

한편,  $A_1$ 과  $A_2$ 에 무작위 성분의 중성자를 각각 한 개씩 측정할 확률은,

$$p_R(t_1, t_2)A_1 A_2 = (F \epsilon)^2 A_1 A_2 \quad (6)$$

이므로,  $A_1$ 과  $A_2$ 에 각각 한 개씩의 중성자를 측정할 전체 확률은 다음과 같다.

$$p(t_1, t_2)A_1 A_2 = F \epsilon A_1 \left[ F \epsilon + \frac{\epsilon D_v}{2(\beta - \rho)A} e^{-\alpha(t_2 - t_1)} \right] A_2 \quad (7)$$

만일  $F \epsilon A_1 = 1$ 이라고 하고  $t_1 = 0$ 라 하면, 식(7)은  $t = 0$ 에 한 개의 중성자를 측정하였을 때 이후에 중성자를 계속할 확률의 변화를 나타낸다. 즉,

$$p(t)A = F \epsilon A + \frac{\epsilon D_v}{2(\beta - \rho)A} e^{-\alpha t} A \quad (8)$$

이것이 식(1)이며, 결국  $B$ 는 다음과 같다.

$$B = \frac{\epsilon D_v}{2(\beta - \rho)A} \quad (9)$$

그런데 Bryce [14,15]는  $B$ 에 대하여 유도하여 다음과 같은 식을 얻었다.

$$B' = \frac{\epsilon D_v}{2A} \quad (10)$$

이것은  $B$ 의 분모에서  $(\beta - \rho)$ 가 빠진 것이며, 반응도와 무관하다. 그러나 저자 [17]가 서울의 TRIGA Mk-II 원자로에서 측정한 결과에서  $1/B$ 는  $|\rho/\beta|$ 가 너무 크지 않는 한  $(1 - \rho/\beta)$ 와 잘 비례하였다. 그리고  $(1 - \rho/\beta)$ 에 비례하는 실험 보고를 많이 볼 수 있다. 따라서 분모에  $(\beta -$

$\rho$ )가 들어가는 것이 맞다고 판단하였지만 식(4)에  $(\nu_p - 1)$ 이 곱해진 것을 이해할 수 없었다. 만일 핵분열 계측기를 쓴다면  $t_1$ 에 중성자를 측정함으로써 중성자가 더 생기므로 위 식과는 다른 결과를 내어야 할 것이다. 그러나 하나로에서 핵분열 계측기로 측정한 결과는 BF<sub>3</sub>와 측정 오차의 범위 이내에서 일치하였다.

잡음 측정 실험에서는 A, B,  $\alpha$ 를 구할 수 있으며,  $\alpha$ 만을 구하고자 할 때는 문제가 없다. 그런데 핵분열 출력이나  $\beta_{eff}$  (이상의 식에서 표현한  $\beta$ 가 실제로는  $\beta_{eff}$ 이다)를 구하려고 할 때는 A와 B가 이론적으로 정확한 것이어야 한다.

### 3. Monte Carlo 모의 계산

이론의 쟁점만을 확인하기 위하여 무한 균질 원자로 (infinite homogeneous reactor)에 대하여 등속도 중성자를 가정하고 중성자가 반응하는 시간 정보만 얻도록 하였다. Rossi- $\alpha$  이론에서 지발 중성자는 고려하지 않고 있으므로  $\beta = 0$ 으로 가정하였다. 편의상 모든 반응이 계속된다고 가정하였으며, 포획 반응과 핵분열 반응으로 구별하여 각각의 통계를 내었다. 즉 포획 반응 자료는 중성자를 흡수하기만 하는 계측기로 실험하는 경우를 모의하는 것이고, 핵분열 반응의 결과는 핵분열 계측기로 실험하는 것을 모의하는 것이 된다.

계산 방법은 다음과 같다.

- 1) 하나의 중성자가 중성자원에서 나오는 시각을 무작위적으로 구한다. 평균적으로 1 초에 S 개의 중성자를 내는 중성자원이면 인접하여 나오는 두 중성자 사이의 시간 간격이  $\Delta t_s$ 가 될 확률은  $e^{-S\Delta t_s}$ 이므로,  $\Delta t_s$ 는 다음과 같이 모의할 수 있다.

$$\Delta t_s = -\frac{1}{S} \ln(x) \quad (11)$$

여기서  $x$ 는 0 ~ 1 사이의 난수 (random number)이다.

- 2) 중성자가 반응할 때까지의 시간을 무작위적으로 구한다. 거시적 흡수 단면적이  $\Sigma_a$ 인 매질에서 중성자가 반응할 때까지 날아가는 거리에 대한 확률은  $e^{-\Sigma_a t}$ 이므로 반응할 때까지의 시간  $\Delta t_a$ 는 다음과 같이 모의할 수 있다.

$$\Delta t_a = -\frac{1}{\Sigma_a} \ln(x) \quad (12)$$

- 3) 이 흡수 반응이 포획/핵분열 반응 가운데 어느 것이 될지를 무작위적으로 구하여 각 반응에 따라 해당 시각 계수값을 증가시킨다.
- 4) 핵분열 반응이면 무작위적으로  $\nu$ 를 구한다.
- 6)  $\nu > 0$ 이면 2)로  $\nu$ 번 되돌아가 계산한다.

이상의 계산을 충분히 긴 시간 동안 하여 중성자의 수가 충분히 포화 상태에 도달한 시점 이후의 각 시각 계수값에 대하여 잡음 분석 이론을 적용한다. 난수 생산에는 Press 등[19]에 제시된 방법 가운데 주기가 매우 긴 것을 채택하였다. 이는 linear congruential generator에 L'Ecuyer with Bays-Durham shuffle 기법을 적용한 것으로써  $2 \times 10^{18}$ 보다 긴 주기를 가지며, 실수 변수의 정밀도 범위 이내에서 거의 완벽한 난수 생산 기능을 갖는다고 되어 있다.

### 4. 모의 계산과 이론의 비교

그림 1은 Monte Carlo 모의 계산 결과와 이론적인 기대값을 함께 나타낸 예인데 두 개의 곡선이 거의 일치하여 잘 구분이 되지 않는다. 즉, 이론이 실제 현상을 잘 나타내며 핵분열 계측기를 쓰더라도 차이가 별로 없음을 뜻한다. 식이 잘 맞는다면 식 자체가 갖는 뜻을 풀이할 수 있다. 우선 각 식을 확률이라고 표현한 것은 정확하지 않으며 기대값이라고 하여야 한다. 식(5)에 곱해진  $\nu_p(\nu_p - 1)$ 은  $\nu_p$ 개 가운데 서로 다른 두 개를 뽑는 경우의 수이다. 즉, 식(5)는  $\nu_p$  개의 연쇄 반응 고리 가운데 서로 다른 고리에서  $t_1$ 과  $t_2$ 에 각각 측정할 기대값이다. Orndoff[10]는  $t_1$ 에 측정된 연쇄 반응 가지를 제외한 나머지 가지에서  $t_2$ 에 측정할 확률이기 때문에  $t_1$ 에는  $(\nu_p - 1)$ 이 곱

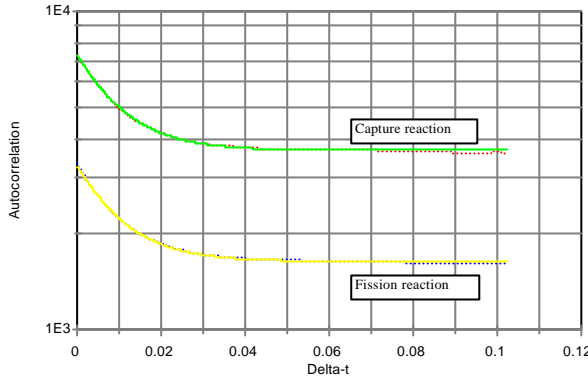


그림 1. Monte Carlo 모의 계산 결과와 이론적인 기대값의 비교 예

처음으로 일으키는 핵분열이라고 가정하고 식(5)에 적용하면 Bryce가 유도한  $B$ 를 얻을 수 있다.

또한  $\Delta$ 가 충분히 짧다고 가정하여 단순히 곱하였으나 실제 실험에서 사용하는  $\Delta$ 는 중성자 세대( $\Delta$ )의 수 배 내지 수십 배인 경우가 많다. 즉  $\Delta$  이내에 여러 세대의 핵분열이 일어날 수 있으므로,  $\Delta$  이내에 생긴 핵분열로 생긴 중성자를  $\Delta$  이내에 측정하는 경우도 있다. 애초에 식(5)를 유도할 때는  $-\infty$ 에서  $t$ 까지 적분하였으므로 이러한 현상이 고려되지 않았다. 따라서  $\Delta$ 의 영향을 분석할 필요가 있으며, 이것은  $\Delta$  구간에 대하여 다음과 같이 적분하면 된다.

$$\int_{t_1}^{t_1+\Delta} \int_{t_2}^{t_2+\Delta} p_C(t_1', t_2') dt_1' dt_2' = \frac{F\epsilon^2 D_v}{2(\beta-\rho)\Lambda} e^{-\alpha(t_2-t_1)} \frac{(e^{\alpha\Delta}-1)(1-e^{-\alpha\Delta})}{\alpha^2} \quad (13)$$

$$\approx \frac{F\epsilon^2 D_v}{2(\beta-\rho)\Lambda} e^{-\alpha(t_2-t_1)} \Delta^2 \left[ 1 + \frac{(\alpha\Delta)^2}{12} \right] \quad (14)$$

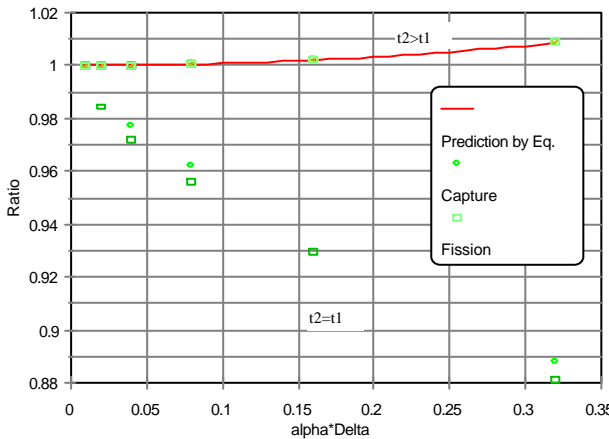


그림 2. 연쇄 반응 상관 항의  $\Delta$ 에 대한 민감도

값은  $t_1$ 의  $\Delta$  구간에 측정된 값의 제곱이다. 이 값은 VTMR (Variance to Mean Ratio)법의 식 유도 과정에서 구할 수 있으며 그 결과는 다음과 같다.

$$\langle c^2 \rangle = F\epsilon\Delta \left[ F\epsilon\Delta + 1 + \frac{\epsilon D_v}{(\beta-\rho)^2} \left( 1 - \frac{1-e^{-\alpha\Delta}}{\alpha\Delta} \right) \right] \quad (15)$$

$$\approx F\epsilon\Delta \left[ F\epsilon\Delta + 1 + \frac{\epsilon D_v \Delta}{2(\beta-\rho)\Lambda} \left( 1 - \frac{\alpha\Delta}{3} \right) \right] \quad (16)$$

이 식들에서  $(F\epsilon\Delta)^2$ 을 빼면  $t_1 = t_2$ 일 때의 식(13), (14)에 상응하며, 그림 2에 대입하면

해진다고 하였으므로 이것과 일치한다. 실제로는 같은 고리의 중성자를 측정할 가능성도 있으며 이것은  $t_1$  이전의 모든 핵분열 반응에 대하여 적분함으로써 식(5)에 포함된다.

Bryce가 식을 유도하는 과정을 검토해보지는 않았으나 Uhrig[11]가 “식(3)과 (4)를 곱한 뒤  $t_1$  이전의 모든 첫 핵분열에 대하여 적분한 것이다”라고 한 것과 관련이 있어 보인다. Uhrig는 첫 핵분열에 대하여 적분한 것이라고 설명하였으나 실제로는 모든 핵분열에 대하여 적분하였다. 첫 핵분열이라는 것이 중성자원에서 나온 뒤

따라서  $\alpha\Delta \ll 1$ 인 조건이면 식(5)로 근사하더라도 문제가 없다. 그림 2는 Monte Carlo 모의 계산 결과를 이용하여 구한  $\Delta$ 에 대한 민감도를 식(13)의 결과와 비교한 것이다.  $t_1 < t_2$ 인 경우에는 잘 일치하나,  $t_1 = t_2$ 인 경우에는 매우 다르게 핵분열 반응과 포획 반응 사이에도 뚜렷한 차이가 나타난다. 그 이유는 Rossi- $\alpha$  기법이  $t_1 < t_2$ 인 경우에만 적용되고, 핵분열 반응의 경우에는  $t_1$ 에서의 핵분열 반응 측정으로 생긴 중성자로 인하여  $t_2$ 에 측정되는 것이 있기 때문이다.

$t_1 = t_2$ 인 경우까지 포함시킨 것을 auto-correlation법이라고 하며,  $t_1 = t_2$ 인 경우의

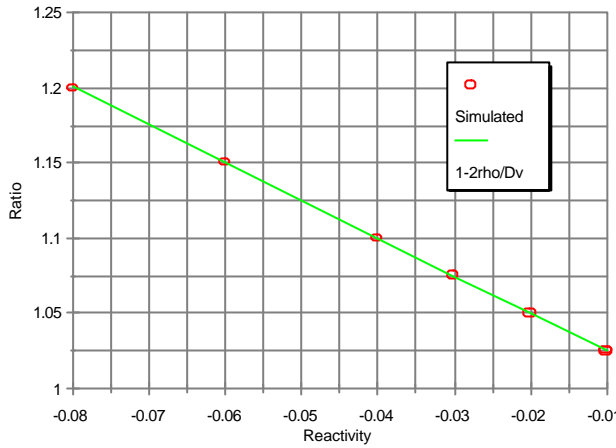


그림 3. 연쇄 반응 상관 항의 핵분열/포획 사이의 비

$\delta$ 는 계측기의 종류와 위치에 따라 달라지는 값이며, 실험 조건에 따라 평가하여야 하나 보정 효과가 수 %에 불과하므로 엄밀하게 평가할 필요는 없다고 하였다. 여기서 표현한  $\nu$ 는 즉발 감마만 고려한 것이므로  $\nu_p$ 와 같은 것이며,  $k_p$ 는 즉발 중성자의 증배 계수이다. 따라서 Orndoff의 주장에 따라 식(5)의 연쇄 반응 상관항의 계수  $B$ 를 수정해 보면 다음과 같다.

$$B = \epsilon \frac{\langle \nu_p(\nu_p - 1) \rangle + 2\langle \nu_p \rangle (\beta - \rho) \delta}{2\langle \nu_p \rangle^2 (\beta - \rho) \Lambda} = \epsilon \left( \frac{D_v}{2(\beta - \rho) \Lambda} + \frac{\delta}{\langle \nu_p \rangle \Lambda} \right) \quad (17)$$

Orndoff는 계측기가 중성자를 포획하기만 하는 경우에도 적절한  $\delta$ 를 평가하여  $B$ 를 보정할 필요가 있는 것처럼 말하였는데 근거를 찾을 수 없다. 핵분열 계측기를 쓰는 경우에는 이미 언급한 것처럼 보정이 필요할 것이며, 이를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$t_1$ 에 측정되는 핵분열의 수는  $F \epsilon dt_1$ 이고, 각 핵분열에서 평균적으로  $\langle \nu_p \rangle$ 개의 중성자가 생긴다.  $t_1$ 에 생긴 하나의 중성자로 인해  $t_2$ 에는  $e^{-\alpha(t_2 - t_1)}$  개의 중성자가 있을 것으로 기대되며,  $t_2$ 에 하나의 중성자가 있을 때 이것이 계측될 기대값은  $\epsilon dt_2 / \langle \nu_p \rangle \Lambda$ 이다. 따라서 식(18)과 같은 결과가 나오며, 이것은 지금까지 따진 사건과는 독립적이므로 더해주면 된다.

$$p_F(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \frac{F \epsilon \langle \nu_p \rangle dt_1}{\langle \nu_p \rangle \Lambda} e^{-\alpha(t_2 - t_1)} dt_2 = \frac{F \epsilon dt_1}{\Lambda} e^{-\alpha(t_2 - t_1)} dt_2 \quad (18)$$

결국 핵분열을 측정할 때는 식(7)이 다음과 같이 수정되어야 한다.

$$p(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = p_R(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + p_C(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + p_F(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \\ = F \epsilon dt_1 [F \epsilon dt_2 + \epsilon \left( \frac{D_v}{2(\beta - \rho) \Lambda} + \frac{1}{\Lambda} \right) e^{-\alpha(t_2 - t_1)} dt_2] \quad (19)$$

이 식에 있는 연쇄 반응 상관 항의 계수를 Orndoff의 주장에 따라 만든 식(17)과 비교하면  $\delta = \langle \nu_p \rangle$ 인 경우가 된다. 그리고 포획 반응만 하는 계측기를 쓸 때는  $\delta = 0$ 인 경우라고 한다면 Orndoff의 주장과 같다. 그러나 Orndoff는 이와 같이 단순한 보정이 아니고 무언가 복잡한 분석이 필요하다고 하였다. 유한한 원자로에서 계측기의 위치에 따른 효과 등을 고려하려면 이러한 분석이 필요할 가능성도 있으나 이 문제는 이번 일의 범위 밖이다.

결국 포획 반응을 측정할 때와 핵분열 반응을 측정할 때의 차이는 연쇄 반응 상관항의 계수에서 발생하며, 그 비율은  $1 + 2(\beta - \rho)/D_v$ 이다. Monte Carlo 모의 계산에서는  $\beta = 0$ 이었다. 따라서  $1 - 2\rho/D_v$ 의 상관 관계를 가지며, 그림 3에서 보듯이 이 상관 관계와 잘 일치하고 있다. 이 영향은 미입계도에 비례하므로 임계 근처에서 측정하면 차이가 거의 없다.

## 6. 결론

Monte Carlo 모의 계산을 통하여 일반적으로 통용되는 Rossi- $\alpha$ 식이 근사적이지만 정확하게

Monte Carlo 모의 계산의 결과와 일치한다.  $t_1 = t_2$ 일 때의 auto-correlation식으로 Uhrig[11]가 제시하는 것은 오른쪽 끝의  $-\alpha \Delta/3$ 가 없는 것이다. 즉,  $\alpha \Delta$ 가 매우 작아서 무시할 수 있는 경우에 대한 것인데,  $t_1 < t_2$ 일 때보다는  $\alpha \Delta$ 에 대해 훨씬 더 민감하다.

$t_1$ 에서의 핵분열 반응 측정으로  $t_2$ 에 미치는 영향과 비슷한 내용에 대하여는 Orndoff[10]도 언급하고 있는데, 연쇄 반응 상관 항의 계수에서  $\langle \nu(\nu - 1) \rangle$ 에

$$\frac{2\langle \nu(1 - k_p) \rangle}{k_p} \delta$$

를 더하면 된다고 하였으나

그 이유를 구체적으로 밝히지는 않았다.

실험 조건에 따라 평가하여야 하나 보정 효과가 수 %에 불과하므로 엄밀하게 평가할 필요는 없다고 하였다. 여기서 표현한  $\nu$ 는 즉발 감마만 고려한 것이므로  $\nu_p$ 와 같은 것이며,  $k_p$ 는 즉발 중성자의 증배 계수이다. 따라서 Orndoff의 주장에 따라 식(5)의 연쇄 반응 상관항의 계수  $B$ 를 수정해 보면 다음과 같다.

$$B = \epsilon \frac{\langle \nu_p(\nu_p - 1) \rangle + 2\langle \nu_p \rangle (\beta - \rho) \delta}{2\langle \nu_p \rangle^2 (\beta - \rho) \Lambda} = \epsilon \left( \frac{D_v}{2(\beta - \rho) \Lambda} + \frac{\delta}{\langle \nu_p \rangle \Lambda} \right) \quad (17)$$

Orndoff는 계측기가 중성자를 포획하기만 하는 경우에도 적절한  $\delta$ 를 평가하여  $B$ 를 보정할 필요가 있는 것처럼 말하였는데 근거를 찾을 수 없다. 핵분열 계측기를 쓰는 경우에는 이미 언급한 것처럼 보정이 필요할 것이며, 이를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$t_1$ 에 측정되는 핵분열의 수는  $F \epsilon dt_1$ 이고, 각 핵분열에서 평균적으로  $\langle \nu_p \rangle$ 개의 중성자가 생긴다.  $t_1$ 에 생긴 하나의 중성자로 인해  $t_2$ 에는  $e^{-\alpha(t_2 - t_1)}$  개의 중성자가 있을 것으로 기대되며,  $t_2$ 에 하나의 중성자가 있을 때 이것이 계측될 기대값은  $\epsilon dt_2 / \langle \nu_p \rangle \Lambda$ 이다. 따라서 식(18)과 같은 결과가 나오며, 이것은 지금까지 따진 사건과는 독립적이므로 더해주면 된다.

$$p_F(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \frac{F \epsilon \langle \nu_p \rangle dt_1}{\langle \nu_p \rangle \Lambda} e^{-\alpha(t_2 - t_1)} dt_2 = \frac{F \epsilon dt_1}{\Lambda} e^{-\alpha(t_2 - t_1)} dt_2 \quad (18)$$

결국 핵분열을 측정할 때는 식(7)이 다음과 같이 수정되어야 한다.

$$p(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = p_R(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + p_C(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + p_F(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \\ = F \epsilon dt_1 [F \epsilon dt_2 + \epsilon \left( \frac{D_v}{2(\beta - \rho) \Lambda} + \frac{1}{\Lambda} \right) e^{-\alpha(t_2 - t_1)} dt_2] \quad (19)$$

이 식에 있는 연쇄 반응 상관 항의 계수를 Orndoff의 주장에 따라 만든 식(17)과 비교하면  $\delta = \langle \nu_p \rangle$ 인 경우가 된다. 그리고 포획 반응만 하는 계측기를 쓸 때는  $\delta = 0$ 인 경우라고 한다면 Orndoff의 주장과 같다. 그러나 Orndoff는 이와 같이 단순한 보정이 아니고 무언가 복잡한 분석이 필요하다고 하였다. 유한한 원자로에서 계측기의 위치에 따른 효과 등을 고려하려면 이러한 분석이 필요할 가능성도 있으나 이 문제는 이번 일의 범위 밖이다.

결국 포획 반응을 측정할 때와 핵분열 반응을 측정할 때의 차이는 연쇄 반응 상관항의 계수에서 발생하며, 그 비율은  $1 + 2(\beta - \rho)/D_v$ 이다. Monte Carlo 모의 계산에서는  $\beta = 0$ 이었다. 따라서  $1 - 2\rho/D_v$ 의 상관 관계를 가지며, 그림 3에서 보듯이 이 상관 관계와 잘 일치하고 있다. 이 영향은 미입계도에 비례하므로 임계 근처에서 측정하면 차이가 거의 없다.

실제 현상을 나타내고 있음을 확인하였다. 그러나  $t_2 = t$ 인 경우에는 VTMR의 식을 써야 하고, 핵분열 계수관을 쓰는 경우에는 약간 수정된 식을 써야 한다.  $\Delta$ 가 그리 크지 않다면 이의 영향은 매우 작아서 무시할 수 있다. 중성자원으로 자발 핵분열이 있을 때는 이의 영향도 고려하여야 하는데 이것은 다음으로 미룬다.

지금까지는 Rossi- $\alpha$  이론의 정확성 여부를 점검하는데 초점을 두었다. 그러나 VTMR과 PSD (Power Spectral Density) 방법에도 쉽게 적용할 수 있다. 지발 중성자를 포함시키는 문제는 그리 간단하지 않다. 우선 지발 중성자 항들이 모두 충분히 포화 상태에 도달할 때까지 긴 시간 계산하여야 하고, 함께 취급해야 할 시간 간격이 수백 초 단위로 길어진다. 수백초를  $10^{-4}$  초 정도의 단위로 잘라서 관리하는 일이 그리 쉽지 않다. 또한 지발 중성자의 모핵종이 생겨나는 과정을 어떻게 모의하는 것이 옳은지 생각해 볼 필요가 있다. 즉발 중성자에 대하여는 확률 분포가 알려져 있으나  $\nu_a$ 의 경우에는 알려져 있지 않기 때문이다.  $\nu_a$ 의 평균값은  $\langle \nu \rangle \beta$ 로서 매우 작기 때문에  $\nu_a$ 가 2 이상이 될 확률은 매우 작을 것이다. 즉,  $t_1$ 과  $t_2$ 에 서로 다른 지발 중성자 고리를 측정할 가능성은 거의 무시할 수 있을 것으로 본다. 따라서  $\nu_a$ 의 확률 분포를 엄밀하게 알지 못하더라도 결과에는 큰 차이를 내지 않을 것이다. 이러한 분석은 다음으로 미룬다.

#### 사사

본 연구는 과학기술부의 재정 지원으로 수행되는 TRIGA 및 하나로 운영 과제에서 수행되었다.

#### 참고 문헌

1. F.P. Feynman, Statistical behavior of neutron chains, LA-591(DEL), LANL (1946)
2. De Hoffmann, The science and engineering of nuclear power, Vol. II, Addison Wesley Press, Cambridge, Mass, 1949.
3. R.P. Feynman, F. de Hoffman, and R. Serber, Dispersion of the neutron emission in U-235 fission, *J. Nucl. Energy*, 3: 64 (1956).
4. W. Matthes, Statistical fluctuations and their correlation in reactor neutron distribution, *Nukleonik*, 4: 213 (1962)
5. H. Borgwaldt and D. Sanitz, Investigation by first collision theory of the pulse distribution from a neutron detector, *Nukleonik*, 5: 239 (1963)
6. H. Borgwaldt and D. Stegemann, A common theory for neutronic noise analysis experiments in nuclear reactors, *Nukleonik*, 7: 313 (1965)
7. D. Babala, Neutron counting statistics in nuclear reactors, Norwegian Report KR-114, Nov. 1966.
8. D. Babala, On the theory of Rossi-alpha experiments in reactor noise studies, *Nucl. Sci. Eng.*, 26: 418, (1966)
9. T. Iijima, Remark on Rossi-alpha experiment, *Nukleonik*, 10: 93 (1967)
10. John D. Orndoff, Prompt neutron periods of metal critical assemblies, *Nucl. Sci. Eng.*, 2, 450-460 (1957)
11. Robert E. Uhrig, Random noise techniques in nuclear reactor systems, The Ronald Press Company, New York, 1970, 54-64.
12. M.M.R. Williams, Random processes in nuclear reactors, Pergamon Press, 1974, 37-39.
13. Nicola Pacilio, Reactor-noise analysis in the time domain, USAEC Critical Review Series, USAEC Report TID-24512, April 1969, 8-27.
14. D.H. Bryce, Measurement of reactivity and power through neutron-detection probabilities, in *Noise Analysis in Nuclear Systems*, Gainesville, Florida, Nov. 4-6, 1963 (1964)
15. D.H. Bryce, Some comments on the Rossi-alpha experiment, *Nukleonik*, 7:428 (1965).

16. H. Borgwaldt, Discussion, Christensen et al, A review of of NORA project noise experiments, in *Neutron Noise, Waves, and Pulse Propagation*, Gainesville, Florida, Feb.14-16, 1966, p.528, R.E. Uhrig(Coordinator), AEC Symposium Series, No. 9 (CONF-660206), 1967.
17. Byung Jin Jun, Sang Jun Park, Kwang Pyo Hong and Chung Sung Lee, PC-based random neutron process measurement in a thermal reactor, *J. Korean Nucl. Soc.*, 22, 1, March 1990.
18. B.C. Diven, H.C. Martin, R.F. Taschek, and J. Terrell, Multiplicities of fission neutrons, *Phys Rev.*, 101:1012, (1956)
19. William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery, *Numerical recipes in FORTRAN, The art of scientific computing*, second edition, Cambridge Univ. Press, 1994, 265-277.