'99 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

핵연료봉 프레팅 문제에서의 균열해석 방법

Method of Crack Analysis in Fuel Fretting Problem

김형규*, 윤경호, 강흥석, 송기남, 정연호

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

핵연료봉의 프레팅 마멸현상을 지지격자체와 핵연료봉의 접촉부에서 균열이 발생하고 성장함에 따라 마멸입자가 생성되어 이탈되는 현상이라고 설명하는 파괴역학적 이론을 적용하였다. 프레팅 마멸 시 발생하는 균열의 형태는 접촉면에 수직한 방향으로부터 0° - 30° 경사진 표면경사 균열로 하였다. 균열해석을 위하여 응력강도계수 K_I과 K_{II}를 도입하였으며 접촉응력을 해석하는 수치적 방법과 전위밀도함수를 이용하여 응력강도계수를 구하는 방법을 접목시킨 수치해석 프로그램을 개발하였다. 예제 계산으로부터 균열의 경사각, 접촉 전단하중의 변화 등에 따른 K_I과 K_{II}의 거동을 조사하였다. 또 일반적으로 미소균열 범위에 있는 프레팅 마멸 시의 균열길이에 대해 균열선단의 소성역 크기를 분석함으로써 응력강도계수의 적용 가능성을 고찰하였다.

Abstract

This study follows the theory of wear particle formation being caused by cracking. So to speak, in the case of fuel fretting wear, it is explained that a crack emanates from the contact surface between the fuel rod and the spacer grid and grows to produce a wear particle. For the present analysis of the fretting crack, it is assumed that the crack has the obliquity of 0° - 30° from the contact surface normal. The stress intensity factors K_I and K_{II} are introduced for the mixed mode crack problem. A numerical program is developed by assembling the numerical method of analyzing the contact stresses and that for the stress intensity factor using the dislocation density function. Several sample calculations show the behaviour of K_I and K_{II}, which are affected by the obliquity and the contact shear force. The applicability of the stress intensity factor is also discussed by investigating the plastic zone size ahead of the crack of present analysis, which is regarded to be a small crack problem.

1. 서 론

원전 운전 중 핵연료가 기계적인 건전성을 유지하여야 함은 원전 운전의 안전성 및 경제성 제고를 위해 필수적인 조건이다. 그러나 여러가지 원인에 의하여 기계적 건전성이 상실되기도 하는데 그 중 원자로 내의 냉각수 흐름으로 인한 핵연료봉의 진동으로(유체유발 진동; flow-induced vibration) 핵연료봉과 지지격자체와의 접촉 부분에서 마멸(wear)의 형태로 발생하는 프레팅 손상(fretting failure)은 그 해결책이 아직 알려지지 않고 있어 핵연료 개발 및 설계분야에서 중요한 토픽이 되고 있다[1].

프레팅 손상에 대한 종래의 일반적인 연구 방법은 주로 실험에 의존하는 것이었다. 즉, 특정한 실험 조건(재질, 접촉 물체의 형상, 접촉 조건 등)을 모사하여 마멸 저항성 또는 피로 균열 성장률 등을 찾아 내는 것이다. 예를 들어 국내 원자력발전소에 사용되는 핵연료의 개발자인 Westinghouse 사 및 ABB-CE 사 등은 핵연료집합체 하나(Westinghouse 사) 또는 최대 다섯(ABB-CE 사) 다발을 테스트 채널에 넣어 유동장 속에 일정시간 유체유발 진동이 발생토록 한 후 프레팅 마멸 현상을 관찰하는 방법을 사용한다. 그러나 이러한 실험적인 접근은 실제 조건을 명백하게 모사할 수 없는 제약이 있으며 또 비용과 시간을 고려할 때 경제적이지 못한 경우가 많다. 이 경우, 이론적인 접근을 통해 분석이 가능하다면 설험에서의 이러한 부담을 크게 줄여 줄 수 있으며 이것이 이론적 접근의 가장 큰 목적이라 사료된다. 프레팅 손상이란 접촉 하중을 갖고 있는 두 물체가 서로 미세한 진폭의 상대 운동을 할 때, 접촉면에 발생하는 마멸 현상 그리고/또는 물체 내부로의 피로 균열 성장으로 인해 물체가 설계 수명 이전에 파손되는 현상을 의미한다[2]. 프레팅 현상을 근본적으로 다루기 위해서는 접촉 현상에 따른 물체의 반응을 알아야 하며 따라서 고체 역학적 해석이 필수적이다. 즉 실험적 방법들은 결과적인 현상을 분석하는 것이며 원인을 분석할 수 있는 해석적 방법을 포함하고 있지 않으므로 궁극적인 해결 방법이 될 수 없다.

프레팅 마멸현상을 고체역학적으로 설명할 때 도입되는 이론으로는 두 가지가 있다. 첫째는 접촉 물체가 상호 미끄러질 때 접촉면에 가해진 일은 마찰에너지로 방출되고 이 에너지가 접촉면 상에 마멸입자를 생성 및 이탈시킨다는 것이다. 마멸이 발생하는 계의 에너지 보존원리에 기초하여 설명한 이 마찰에너지 방출 이론은 널리 받아들여 지고 있다. 이를 위해 우리는 앞선 연구에서 프레팅 상태에서 많이 나타나는 부분미끄럼 문제인 경우, 접촉면으로부터 방출되는 마찰에너지의 거동을 전단하중 경로에 따라 조사한 연구를 수행한 적이 있다[3]. 두번째로는 접촉면에서 이탈되는 마멸입자가 접촉면 아래에서 균열이 전파됨에 의해 생성된다는 것으로 마멸의 과정을 그림 1과 같이 설명하는 것이다. 서남표 등[4-6]이 제안한 이와 같은 마멸현상의 설명은 그 후 많은 파괴역학 연구자들이 표면균열에 대한 연구를 수행토록 하는 계기가 되었다. 이때, 균열의 해석을 위해서는 파괴역학의 주된 파라미터인 응력강도계수를 구하여야 한다.

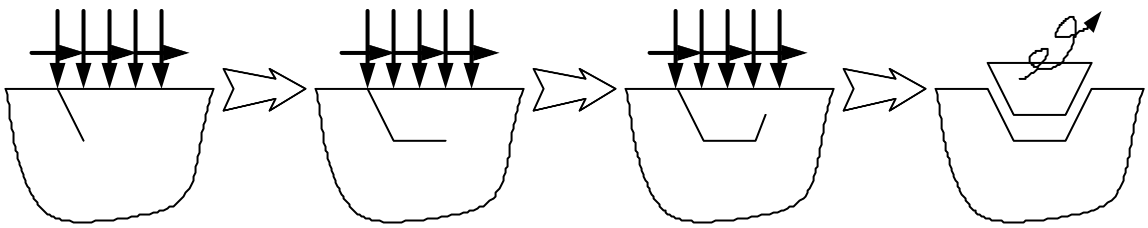


그림 1. 표면균열의 성장에 의한 프레팅 마멸입자의 생성.

본 논문에서는 핵연료봉과 지지격자체 접촉부에서 발생하는 프레팅 마멸을 균열전파에 의한 마

멸입자의 생성이라 할 때 그 해석에 필요한 응력강도계수를 구하는 수치적 해석방법에 대하여 설명하였다. 이를 위하여 전년도에 발표된[7,8] 표면 접촉응력을 구하는 수치적 방법을 균열해석 방법에 확장하여 접목하였다. 이 방법에 따라 개발된 수치해석 프로그램을 이용하여 몇 가지 예제를 해석하고 균열전파에 필요한 응력강도계수의 거동을 분석하였다. 본 연구를 통해 개발된 수치해석 방법은 접촉물체의 형태만 결정되면 접촉면에서 발생하는 균열의 응력강도계수를 쉽게 구할 수 있게 해 주므로 핵연료봉의 프레팅 마멸해석에 활용 가치가 크다.

2. 응력강도계수

탄성 파괴역학에서 균열해석을 위하여 응력강도계수를 구하는 방법은 현재까지 여러 가지가 개발되어 있다[9]. 본 연구에서는 핵연료봉과 지지격자 사이의 접촉면에서 발생하여 핵연료봉의 내부로 전파하는 균열을 가상의 인선전위(edge dislocation)가 배열된 것이라 생각하고 응력강도계수를 구하는 방법인 전위밀도함수법을 사용하였다. 이 방법은 인선전위에 의한 변위 불연속 현상이 균열에 의한 그것과 동일하다는 점으로부터 출발한 것으로 프레팅 현상에서 발생하는 균열해석에 많이 사용되고 있으며[10,11] 기본적인 전개과정은 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 균열을 가상 인선전위의 배열로 보고 균열면 상의 응력을 구한다. 균열을 진전시키는 외력을 분류하고(예를 들어 접촉하중 또는 원거리 인장하중 등) 각각의 외력에 의한 균열면 상의 응력을 구분하여 구한다. 이때, 균열 진전을 위한 응력을 파괴 모우드별로(즉 모우드 I, II 및 III 등) 나눈다. 둘째, 구해진 균열면 상의 응력들을 중첩의 원리에 따라 합하고 이 값이 각 파괴 모우드별로 균열면 상의 무응력(traction free) 조건을 만족하기 위하여 0 이 되도록 한다. 이로써 각 모우드별 방정식이 만들어 진다. 이때의 방정식은 인선전위에 의한 응력을 계산할 때 발생한 특이현상으로부터 특이적분 방정식의 형태가 된다. 셋째, 특이적분 방정식의 해로부터 각 파괴 모우드의 응력강도계수를 구하게 된다. 본 절에서는 위에서 서술된 이론을 수치해석방법을 이용하여 응력강도계수를 구하는 과정을 간략히 소개한다.

두 개의 서로 다른 탄성체가 접합되어 있을 때, 그 중 하나의 물체에 존재하는 인선전위에 의한 Airy 응력함수[12]로부터 응력을 구할 수 있다. 본 연구에서 풀고자 하는 문제에서 인선전위가 그림 2와 같이 반무한평판의 자유면에 수직한 방향에서 θ만큼 경사진 균열면 상에 분포하고 있다고 생각하면 균열면 상의 응력은 다음과 같은 적분식으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma^{D}_{x'x'} = \frac{G}{\pi(1+\kappa)}\left\{\int_0^a B_{x'}(s')k^{N}_{x'}(z',s')ds' + \int_0^a B_{z'}(s')k^{N}_{z'}(z',s')ds'\right\} \quad (1)$$

$$\tau^{D}_{x'z'} = \frac{G}{\pi(1+\kappa)}\left\{\int_0^a B_{x'}(s')k^{T}_{x'}(z',s')ds' + \int_0^a B_{z'}(s')k^{T}_{z'}(z',s')ds'\right\} \quad (2)$$

여기서, a는 균열길이이며 $B_{x'}(s')$과 $B_{z'}(s')$은 인선전위에 의한 균열면이 열리는 방향(x'; 파괴 모우드 I)과 미끄러지는 방향(z'; 파괴 모우드 II)으로의 Burgers vector $b_{x'}$, $b_{z'}$가 균열면에 균일하게 연속적으로 분포하고 있다고 생각할 때 각각의 Burgers vector에 대한 전위밀도함수(dislocation density function)들이다. 한편 k_i^J($i = x'$ 또는 z', $J = N$ 또는 T)는 적분방정식에서의 Kernel이고 G는 전단강

성계수, κ는 Kolosov 상수로서 평면변형률 상태일 때 $3-4\nu$, 평면응력 상태일 때 $(3-\nu)/(1+\nu)$가 되며 이때 ν는 Poisson 비이다.

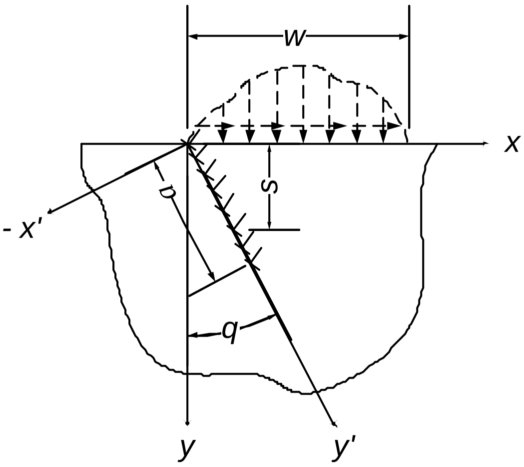


그림 2. 인선전위의 배열로 나타낸 프레팅 상태의 표면균열.

따라서, 식 (1)은 균열면을 벌어지게 하는 모우드 I 의 응력성분이 되며 식 (2)는 균열면을 경계로 양쪽에서 서로 미끄러지게 하는 모우드 II 의 응력성분이 된다. 한편 식 (1) 및 (2)에서 k_i^J 는 $1/(z'-s')$의 특이항을 포함한다.

그림 2 에서와 같이 균열이 있는 반무한 평판의 자유면에 접촉하중이 작용할 경우 접촉하중에 의한 균열면 상의 응력을 식 (1) 및 (2)와 같이 파괴 모우드에 따라 분류하고 접촉면 수직(P) 및 전단(Q) 하중에 의한 모우드 I 응력성분을 각각 $\sigma_{x'x'}^P$와 $\sigma_{x'x'}^Q$, 모우드 II 응력 성분을 각각 $\tau_{x'z'}^P$와 $\tau_{x'z'}^Q$라 하면 균열면의 무응력 경계조건으로부터 다음과 같은 연립 특이 적분방정식이 얻어진다.

$$\sigma_{x'x'}^D + \sigma_{x'x'}^P + \sigma_{x'x'}^Q = 0 \tag{3}$$

$$\tau_{x'z'}^D + \tau_{x'z'}^P + \tau_{x'z'}^Q = 0 \tag{4}$$

여기서 접촉하중에 의한 접촉 수직 및 전단응력을 각각 $p(x)$와 $q(x)$라 하면 $\sigma_{x'x'}^P$, $\sigma_{x'x'}^Q$, $\tau_{x'z'}^P$ 그리고 $\tau_{x'z'}^Q$는 다음 식에 의해 구해진다[13].

$$\sigma_{xx}^P = -\frac{2y}{\pi}\int_\omega \frac{p(\xi)(x-\xi)^2 d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}, \qquad \sigma_{xx}^Q = -\frac{2}{\pi}\int_\omega \frac{q(\xi)(x-\xi)^3 d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2} \tag{5a,b}$$

$$\sigma_{yy}^P = -\frac{2y^3}{\pi}\int_\omega \frac{p(\xi) d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}, \qquad \sigma_{yy}^Q = -\frac{2y^2}{\pi}\int_\omega \frac{q(\xi)(x-\xi) d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2} \tag{6a,b}$$

$$\tau_{xy}^P = -\frac{2y^2}{\pi}\int_\omega \frac{p(\xi)(x-\xi) d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}, \qquad \tau_{xy}^Q = -\frac{2y}{\pi}\int_\omega \frac{q(\xi)(x-\xi)^2 d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}. \tag{7a,b}$$

$$\sigma_{x'x'}^P = \sigma_{yy}^P \sin^2\theta + \sigma_{xx}^P \cos^2\theta - \tau_{xy}^P \sin 2\theta \tag{8}$$

$$\tau_{x'y'}^P = \left(\sigma_{xx}^P - \sigma_{yy}^P\right)\sin\theta\cos\theta + \tau_{xy}^P\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) \tag{9}$$

$\sigma_{x'x'}^Q$와 $\tau_{x'z'}^Q$는 식 (8)과 (9)에서 위첨자 P 를 Q 로 바꾸면 된다. 그리고 식(5)에서 (7)까지의 적분에

서 구간 w 는 반무한 평판의 자유면에서 접촉응력이 작용하는 구간이다.

식 (3)과 (4)의 특이 적분방정식에서 변수 z' 과 s'을 적분구간(균열길이)에 대해 각각 정규화하는 변수 v 와 u 로 치환하면 다음 식과 같은 형태가 된다.

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{B(u)}{u-v}du+\int_{-1}^{1}k(v,u)\,B(u)\,du=f(v),\quad (-1<v<1) \tag{10}$$

여기서 $B(u)$는 전위밀도함수가 변수 u 로 표현된 것이며 적분방정식의 해이다.

식 (10)과 같은 특이 적분방정식은 공학적 문제에서 많이 나타나는 형태이나 엄밀해를 구할 수 없을 경우가 많다. 이때 Erdogan 등[14]에 의해 개발된 수치해석 방법을 사용할 수 있다. 이 방법은 Jacobi 다항식과 주어진 문제의 $B(u)$가 갖고 있는 물리적인 현상을 표현할 수 있는 적절한 무게함수(weight function)를 사용하는 것으로서 상세한 유도 과정은 참고문헌 [14]를 참고할 수 있다. 본 문제에서는 균열이 반무한 평판의 자유면으로는 열려 있고 평판 내부에 균열선단이 존재하므로 $B(u)$를 다음과 같이 무게함수와 유한한(bounded) 함수의 곱으로 치환한다.

$$B(u)=\Psi(u)\,w(u)=\Psi(u)\,(1-u)^{-\frac{1}{2}}(1+u)^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

즉 균열선단에 해당하는 좌표 u = 1 에서 $B(u)$는 특이점을 갖고 자유면 쪽에서는(u = -1) 유한한 값을 갖도록 하는 무게함수 $w(u)$를 사용하여 궁극적으로 $B(u)$ 대신 유한한 함수 $\Psi(u)$를 구하고자 하는 방법이다. 결국 Jacobi 다항식을 사용하였을 때 식 (10)의 첫번째 적분항은 다음과 같이 치환할 수 있다.

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\Psi(u)\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{du}{u-v_j}=\sum_{i=1}^{n}\frac{2(1+u_i)\,\Psi(u_i)}{2n+1}\frac{}{u_i-v_j} \tag{12}$$

여기서, $u_i=\cos\left(\frac{2i-1}{2n+1}\pi\right),\quad v_j=\cos\left(\frac{2j}{2n+1}\pi\right)\qquad (i,j=1,2,\ldots,n)$. (13)

식 (13)에서 u_i는 균열면 상의 collocation point 이다. 이제 식 (3)과 (4)는 각각 균열의 열림방향에 해당하는 n 개의 미지수 $\Psi_{x'}(u)$ 및 미끄럼방향에 해당하는 n 개의 미지수 $\Psi_{z'}(u)$를 갖는 $2n$ 개의 연립방정식이 되며 $\Psi_{x'}(u)$ 와 $\Psi_{z'}(u)$를 구하기 위해서는 $2n$X$2n$ 의 행렬식을 푸는 문제가 된다. $\Psi_{x'}(u)$ 와 $\Psi_{z'}(u)$가 얻어지면 응력강도계수는 다음의 식에 의해 구할 수 있다.

$$K_I=\frac{2\sqrt{2}G}{(1+\kappa)}\sqrt{\pi a}\,\Psi_{x'}(1)\;,\quad K_{II}=\frac{2\sqrt{2}G}{(1+\kappa)}\sqrt{\pi a}\,\Psi_{z'}(1)\,. \tag{14a,b}$$

여기서, $\Psi_{x'}(1)$과 $\Psi_{z'}(1)$는 균열선단에서의 값이나 식 (13)의 u_i는 1 이 되지 못한다. 이 경우, 다음 식을 이용하면 $\Psi_{x'}(1)$과 $\Psi_{z'}(1)$을 구할 수 있다[15].

$$\Psi_k(1)=\frac{2}{2n+1}\sum_{i=1}^{n}\cot\left(\frac{2i-1}{2n+1}\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{2i-1}{2n+1}n\pi\right)\Psi_k(u_i),\quad (k=x' \text{ 또는 } z'). \tag{15}$$

3. 접촉하중에 의한 물체 내부응력

제 2 절에서는 접촉하중을 받는 물체에 접촉면으로부터 성장한 균열을 가상의 인선전위로 가정하

여 이에 의한 응력(즉 식 (3) 및 (4)에서 위첨자 D가 있는 항)을 해석하였다. 그러나 접촉하중에 의해 영향을 받는 본 문제의 균열을 해석하기 위해서는 접촉하중에 의한 물체 내부의(특히 균열면 상의) 응력(즉 식 (3) 및 (4)에서 위첨자 P와 Q가 있는 항)을 해석하여야 한다. 이 응력은 식 (5)에서 (7)을 사용하여 구한 후 식 (8) 및 (9)의 방법으로 좌표변환하면 얻을 수 있으나 식 (5)에서 (7)에서 알 수 있듯이 적분항에 특이점이 존재하므로 접촉 수직 및 전단응력 $p(x)$와 $q(x)$의 형태에 따라 Cauchy Principal Value를 이용한 적분 수행이 가능하기도 하고 불가능할 수도 있다. 또 접촉하중이 시간에 따라 경로를 바꾸며 증가 또는 감소하는 경우에는 접촉응력($p(x)$와 $q(x)$) 자체의 엄밀해를 구할 수 없어 수치적 방법에 의존할 수 밖에 없다[7,8]. 이 경우, 접촉응력을 수치적으로 구할 때 사용한 방법을 확장하여 균열의 응력강도계수를 구하는 수치적 방법에 접목하게 되면 접촉하중의 영향을 받는 균열해석이 완전히 가능하게 된다.

이를 위한 수치해석 방법은 다음과 같다. 우선, 접촉면에 작용하는 수직하중(P) 및 전단하중(Q)을 그림 3과 같이 밑변의 길이가 동일하고, 접촉면 상 collocation point m에서의 접촉 수직 및 전단응력 $p(x_m)$과 $q(x_m)$을 각 꼭지점으로 하는 이등변삼각형을 겹치게 배열함으로써 나타낸다. 이때 프레팅피로 상태일 때 일반적으로 접촉면의 경계에서 표면 경사균열이 발생하므로 여기서는 그림 3과 같이 균열의 입구를 접촉면이 시작되는 점으로 하였으며 접촉응력 $p(x_m)$과 $q(x_m)$의 꼭지점을 갖는 이등변삼각형 들의 전체 면적 합은 각각 수직하중 P 및 전단하중 Q와 같다. 접촉응력 $p(x)$와 $q(x)$의 엄밀해를 알고 있다면 접촉면의 분할에 의해 쉽게 $p(x_m)$과 $q(x_m)$를 구할 수 있으며 그렇지 않을 경우, 이미 발표된 방법[7,8]에 따라 구한다.

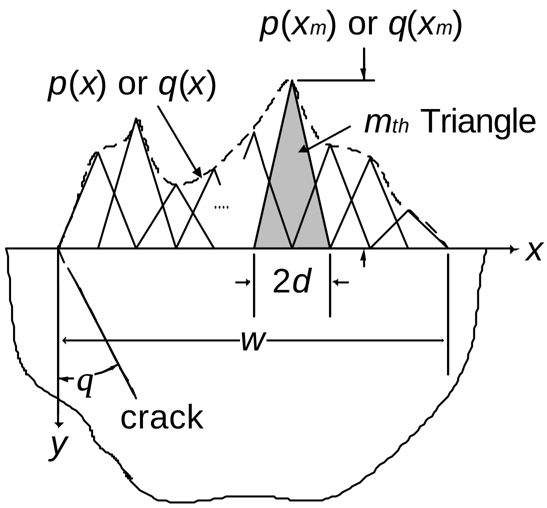


그림 3. 이등변삼각형 요소로 분할한 프레팅 접촉하중.

밑변의 길이가 $2d$이며 중심이 좌표축의 원점에 있고 꼭지점이 $p(x_o)$ (수직응력) 또는 $q(x_o)$ (전단응력)인 이등변삼각형 접촉하중 요소는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$p(x) = p(x_o)\left(1 - \frac{|x|}{d}\right), \quad q(x) = q(x_o)\left(1 - \frac{|x|}{d}\right). \qquad (16a,b)$$

식 (16)의 접촉하중 요소에 의한 물체 내부의 응력을 구하기 위해 x-y 좌표계에서 식 (5)에서 식

(7)에 있는 적분항만을 계산하면 다음과 같다.

$$\int_{-d}^{d}\frac{\left(1-|\xi|/d\right)d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}=\frac{1}{2y^3}\left[-2x\theta_1+(x-d)\theta_2+(x+d)\theta_3\right]\equiv I_0 \tag{17}$$

$$\int_{-d}^{d}\frac{\left(1-|\xi|/d\right)(x-\xi)d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}=\frac{1}{2y}\left[2\theta_1-\theta_2-\theta_3\right]\equiv I_1 \tag{18}$$

$$\int_{-d}^{d}\frac{\left(1-|\xi|/d\right)(x-\xi)^2d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}=\frac{1}{2y}\left[-2x\theta_1+(x-d)\theta_2+(x+d)\theta_3+2yL_1-yL_2-yL_3\right]\equiv I_2 \tag{19}$$

$$\int_{-d}^{d}\frac{\left(1-|\xi|/d\right)(x-\xi)^3d\xi}{\left\{(x-\xi)^2+y^2\right\}^2}=\frac{1}{2}\left[-6y\theta_1+3y\theta_2+3y\theta_3-2xL_1+(x-d)L_2+(x+d)L_3\right]\equiv I_3 \tag{20}$$

여기서,

$$\theta_1=\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right),\quad \theta_2=\tan^{-1}\left(\frac{x-d}{y}\right),\quad \theta_3=\tan^{-1}\left(\frac{x+d}{y}\right) \tag{21a,b,c}$$

$$L_1=\log\left(x^2+y^2\right),\quad L_2=\log\left((x-d)^2+y^2\right),\quad L_3=\log\left((x+d)^2+y^2\right) \tag{22a,b,c}$$

길이가 w 인 접촉면을 S 개의 구간으로 나누어 수직하중과 전단하중 각각에 대하여 $(S - 1)$ 개의 이등변삼각형 하중요소(또는 collocation point)를 갖게 할 경우 m 번째 요소에 의한 물체 내부의 응력은 식 (17)부터 식 (22)의 x 를 $(x - md)$로 치환하고 식 (5)에서 (7)까지에 대입하며 수직 및 전단 응력으로는 각각 $p(x_m)$과 $q(x_m)$을 사용하여 구할 수 있다. 따라서 총 $(S - 1)$ 개의 이등변삼각형 하중요소에 의한 물체 내부의 응력은 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_{xx}{}^{P}+\sigma_{xx}{}^{Q}=-\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{S-1}\left[p(x_m)\,y\,I_2(m)+q(x_m)\,I_3(m)\right] \tag{23}$$

$$\sigma_{yy}{}^{P}+\sigma_{yy}{}^{Q}=-\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{S-1}\left\{p(x_m)\,y^3\,I_0(m)+q(x_m)\,y^2\,I_1(m)\right\} \tag{24}$$

$$\tau_{xy}{}^{P}+\tau_{xy}{}^{Q}=-\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{S-1}\left\{p(x_m)\,y^2\,I_1(m)+q(x_m)\,y\,I_2(m)\right\} \tag{25}$$

여기서 $I_k(m)$ $(k = 0,1,2,3)$은 식 (17)에서 식 (20)에 정의된 적분 I_k $(k = 0,1,2,3)$에 있는 변수 x 를 $(x - md)$로 치환함에 따라 각 적분항을 m 의 함수로 본 것이다. 만일 접촉면의 시작점과 균열입구의 위치가 일치하지 않을 경우에는(예로서, 접촉영역 내 임의의 위치에 균열입구가 있을 경우) 식 (17)에서 식 (20)에 있는 변수 x 를 균열입구까지 좌표 이동하면 된다.

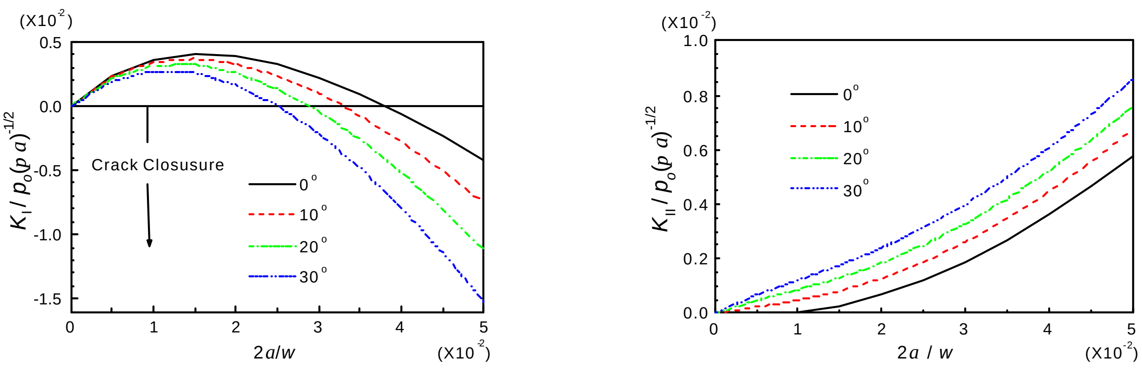
식 (23)에서 식 (25)의 결과를 식 (8) 및 (9)를 이용하여 좌표변환 한 후 식 (3) 및 (4)의 위첨자 P 와 Q 의 항에 대입하면 풀고자 하는 특이 적분방정식이 얻어지고 이후 제 2 절의 방법에 따라 응력강도계수를 구할 수 있다.

4. 예제 해석결과 및 토의

핵연료봉과 지지격자체의 접촉에 의한 프레팅 손상 문제는 Mindlin-Cattaneo 문제로 해석할 수 있다[16]. 프레팅 마멸을 접촉면으로부터 성장하는 균열의 전파에 따라 마멸입자가 생성되고 이탈하는 현상으로 설명하는 경우 균열의 진전력(driving force)은 균열의 경사각(θ), 접촉면의 크기, 수직 및 전단하중의 크기 등에 영향을 받는다. 여기서는 앞에서 개발된 방법을 이용하여 응력강도계수를 구함으로써 이를 분석한다. 이를 위하여 균열면 상의 collocation point 수(식 (12)에서의 n)는 10 개로 하였으며 접촉면의 collocation point 수(식 (23)에서 식 (25)까지의 S)는 30 개로 하였다. 모든 응력강도계수는 $p_o\sqrt{\pi a}$ 로 나누어 정규화하였으며 이때 p_o는 Hertz 응력에서의 최대값으로서 다음과 같이 정의된다.

$$p_o = \frac{2P}{\pi(w/2)} = \frac{4P}{\pi w}. \tag{26}$$

그림 4(a) 및 4(b)에 $Q / \mu P$ = 0.36 일 때, 균열의 경사각 θ = 0°(표면 수직균열)로부터 θ = 30°까지 변화시키며 균열길이가 증가함에 따른 모우드 I 응력강도계수(K_I)과 모우드 II 응력강도계수(K_{II})의 거동을 보여 주고 있다. 이때의 접촉면 수직 및 전단응력($p(x)$와 $q(x)$)은 그림 5 에 나타내었다. 그림 4(a)에서 알 수 있듯이 균열길이가 성장함에 따라 K_I이 증가하다 감소하는 거동을 보여 K_I이 최대가 되는 균열길이가 존재한다. 이때의 균열길이는 균열의 경사각이 작을수록 더 길다는 것을 알 수 있다. 또 균열이 어느 길이 이상이 되면 K_I이 음(-)의 값이 되어 균열닫힘 현상이 발생한다. 이때 균열닫힘 현상이 발생하는 균열길이는 균열경사각이 작을수록 길어짐을 알 수 있다. 그러나 K_{II}는 그림 4(b)에서 볼 수 있는 것과 같이 균열길이가 길어짐에 따라 단조증가하였다. 균열이 닫히게 되면 K_{II}에 의해서도 균열의 진전이 불가능하므로 실제 균열의 진전력은 K_I이 양(+)인 영역에서 발생한다. 예제 계산의 결과, K_I이 양(+)인 영역의 균열길이에서 K_{II} / K_I의 비를 그림 6 에 보여주며 균열길이가 짧을 때는 균열성장에 K_I이 지배적이며 길어짐에 따라 K_{II}가 지배적이 됨을 알 수 있다.



(a) (b)

그림 4. 균열의 길이와 경사각 변화에 따른 응력강도계수의 거동($Q / \mu P$ = 0.36, μ = 0.3): (a) K_I; (b) K_{II}.

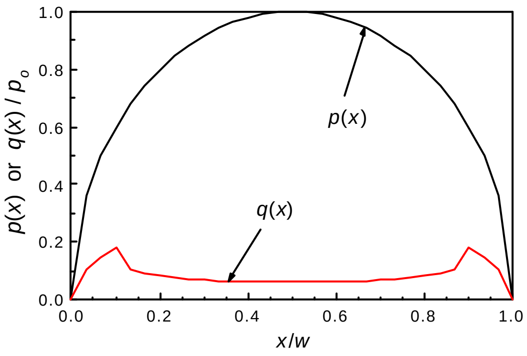


그림 5. 그림 4 의 계산에 사용된 접촉면 응력.

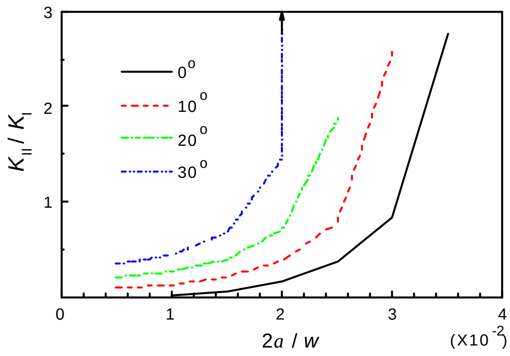
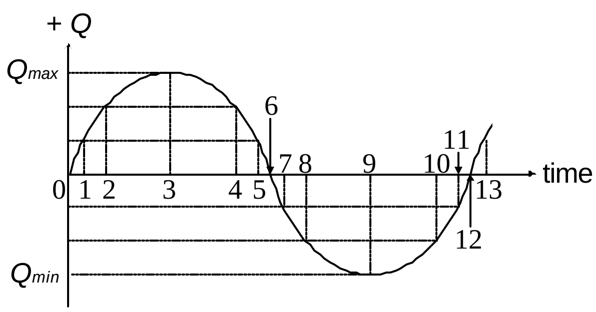
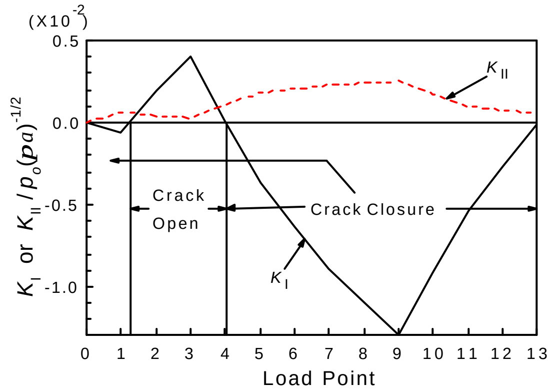


그림 6. 그림 4 의 균열열림 위치에서의 K_{II}/K_I.

프레팅 상태는 접촉 전단하중이 피로사이클을 이루게 되므로 그림 7(a)와 같이 접촉 전단하중의 한 사이클 동안 K_I과 K_{II}의 거동을 관찰하는 것이 의미 있다. 제 3 절에 소개한 수치해석방법은 접촉 전단하중의 피로사이클 경로 상에 임의의 위치에서 표면 접촉응력장을 구할 수 있다. 예제 계산을 위하여 균열의 경사각은 0°로 하였으며 그림 4(a)에서 최대의 K_I이 나타난 균열길이(a/w = 0.0015)를 사용하였다. 이로부터 계산된 K_I과 K_{II}의 거동을 그림 7(b)에 보여주고 있다. 그림 7(b)의 결과로 알 수 있는 것은 전단하중이 양의 범위에서 어느 정도 증가할 때까지 균열은 닫혀 있다가 열리기 시작하며 최대값을 지나 전단하중이 감소할 때에도 완전 제하(fully unloaded)되기 전 이미 균열은 닫히기 시작함을 알 수 있다. 이것은 마치 일반적인 피로균열 성장에서 물체의 인장 영역 내에 균열열림점이 존재한다고 한 Elber[17]의 이론과 유사한 결과이다. 물론 예제의 경우가 접촉 물체에서 발생한 균열의 성장거동을 대표한다고 할 수는 없다. 그러나 예제에서 계산된 거동이 존재한다는 것은 명백하다.



(a)



(b)

그림 7. (a) 접촉 전단하중 사이클(Q_{max} / mP = 0.36, m= 0.3 ; 하중점 1,5,7,11,13 에서 $|Q| = Q_{max} / 3$, 하중점 2,4,8,10 에서 $|Q| = 2Q_{max} / 3$, $Q_{min} = - Q_{max}$); (b) 전단하중 경로 상에서의 응력강도계수 거동.

한편 실제 핵연료봉과 지지격자체의 접촉부 길이가 ≈ 0.07 ~ 0.1 mm 이므로[16] 예제의 결과(그림

4(a) 및 4(b))로부터 균열진전이 가능한($K_I > 0$) 균열길이는 대개 수 미크론(μm)일 것으로 생각된다. 이것은 서남표 등[4]이 AISI 1020 강에 대해 프레팅 마멸실험을 수행한 결과 마멸입자의 두께가 약 5 μm 정도로 관찰된 것과 유사하다. 여기서 이와 같은 미소균열에 대해 탄성 파괴역학 변수인 응력강도계수를 도입하여 해석하는 데에는 논의가 있을 수 있다. 그러나 결과로 나타난 응력강도계수를 균열선단의 소성역 크기를 예측하기 위해 탄성 파괴역학에서 많이 사용하는 식 (27)[18]에 핵연료봉 피복관 재질인 Zircaloy-4의 항복강도(> 320 MPa)를 대입하여 대략적인 소성역 크기를 평가하였을 때 균열길이에 비해 약 1/100 이하로 아주 작게 나타남을 알 수 있었고 따라서 응력강도계수를 적용하는 데에 문제가 없다고 생각하였다.

$$r_y = \alpha \left(\frac{K}{\sigma_Y} \right)^2 \tag{27}$$

여기서, r_y는 균열선단의 소성역이 원이라 가정할 때 그 반지름이며 K는 응력강도계수, 그리고 σ_Y는 균열이 있는 물체의 인장 항복강도이다. α는 평면응력 상태일 때 $1/(2\pi)$, 평면변형률 상태일 때 $1/(6\pi)$가 되는 상수이다.

5. 결 론

핵연료봉과 지지격자체 사이의 접촉 수직응력과 전단응력을 수치적으로 구하는 방법과 균열을 인선전위의 배열로 가정하여 응력강도계수를 계산하는 수치적 방법을 결합하여 프레팅 상태에서의 표면 균열을 해석할 수 있는 수치해석 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램을 이용하면 프레팅 마멸뿐 아니라 프레팅 피로해석에도 직접 적용할 수 있다.

한편 개발된 방법을 이용하여 예제를 해석한 결과, 프레팅 상태에서 K_I이 최대가 되는 균열길이가 존재함을 알 수 있었으며 이때의 균열길이는 균열의 경사각이 작을수록 더 길다는 것을 알 수 있다. 그러나 균열이 어느 길이 이상이 되면 균열닫힘 현상이 발생하며, 이 현상이 발생하는 균열길이도 균열경사각이 작을수록 길어진다. 이에 반해 K_{II}는 균열길이가 길어짐에 따라 단조증가하였다. 또 균열길이가 짧을 때는 균열성장에 K_I이 지배적이며 길어짐에 따라 K_{II}가 지배적이 됨을 알 수 있었다. 프레팅 상태를 모사하기 위해 접촉 전단하중의 피로사이클을 고려할 때, 전단하중의 양의 범위 내에 일반 피로균열 성장거동 시 관찰되는 균열열림점이 존재하는 경우를 발견하였다. 이러한 현상이 프레팅 마멸상태에서 일반적인 것인지에 대해서는 추가적인 연구가 필요하다. 한편 해석한 균열길이가 미소균열의 범위에 들고 있으나 균열선단의 소성역 크기를 분석한 결과로부터 본 문제에 응력강도계수를 적용할 수 있다고 사료되었다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었음.

참고문헌

1. M.W. Kennard *et al*. (1995) A Study of Grid-to-Rod Fretting Wear in PWR Fuel Assemblies, The S.M.

Stoller Corp.

2. R.B. Waterhouse (1975) Fretting Corrosion, Pergamon Press.
3. 김형규외 3인 (1999) 펀치접촉에 의한 프레팅마모에서의 마찰에너지 방출거동, 대한기계학회 ‘99 춘계학술대회, 발표예정.
4. N.P. Suh *et al*. (1974) Trans. ASME, J. Lubrication Technology, 96, 631-637.
5. N.P. Suh (1977) Wear, 44. 1-16.
6. J.R. Fleming and N.P. Suh (1977) Wear, 44, 39-56.
7. 김형규외 3인 (1998) 핵연료봉 프레팅 손상해석을 위한 접촉역학의 응용; 제1편-영향함수 및 수치해석 방법, 한국원자력학회 ’98 추계학술발표회.
8. 김형규외 3인 (1998) 핵연료봉 프레팅 손상해석을 위한 접촉역학의 응용; 제2편-순차적 전단 하중에 의한 접촉응력, 한국원자력학회 ’98 추계학술발표회.
9. G.C. Sih *et al*. (1973) Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems, Mechanics of Fracture 1, G.C. Sih ed., Noordhoff International Publishing, Leiden.
10. D. Nowell and D.A. Hills (1987) J. Strain Analysis, 22(3), 177-185.
11. H.K. Kim and S.B. Lee (1996) Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 25(2), 147-154.
12. J. Dunders and G.P. Sendeckyj (1965) J. Applied Physics, 36, 3353-3354.
13. K.L. Johnson (1985) Contact Mechanics, Cambridge University Press.
14. F. Erdogan *et al*. (1973) Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems, Mechanics of Fracture 1, G.C. Sih ed., Chapter 7, Noordhoff International Publishing, Leiden.
15. S. Krenk (1975) Quarterly Applied Mathematics, 32, 479-484.
16. 김형규외 4인 (1999) 핵연료봉/지지격자체 접촉의 유한요소 해석, KAERI/TR-1193/98, 한국원자력연구소.
17. W. Elber (1970) Engineering Fracture Mechanics, 2, 37-45.
18. G.R. Irwin *et al*. (1958) Proceeding of ASTM, 58, 640-657.