

육각형 노심용 유효지발중성자 분율 계산 코드 개발
**Development of An Effective Delayed Neutron Fraction Calculation Code for
Hexagonal Core**

김택겸, 김영진, 김영일

한국원자력연구소
대전시 유성구 덕진동 사서함 105호
Email : tkkim@nanum.kaeri.re.kr

요약

육각형 격자 구조를 가지는 노심에 대한 유효지발중성자분율 계산코드, BETA-K를 개발하였다. BETA-K코드는 다차원 노달전개법 코드인 DIF3D의 출력을 입력으로 하여 동특성방정식에 필요한 유효지발중성자분율(β_{eff}) 및 중성자 수명(l_{eff})을 핵종별, 핵연료집합체 성분별, 노심별로 계산하는 능력을 가지고 있다. BETA-K 코드의 정확성을 검증하기 위해 우라늄 금속 연료가 장전된 BFS73-1 임계로와 플루토늄 금속연료가 장전된 BFS55-1 임계로에 대해 유효지발중성자분율을 계산하여 실험치와 비교 하였다. 분석 결과에 의하면 BETA-K가 예측한 BFS73-1 임계실험의 유효지발중성자분율은 실험치에 대한 계산치의 비(E/C)가 1.007로 계산되었으며, BFS55-1 임계실험의 경우는 0.992로 모두 실험 오차 범위에서 실험치와 일치하였다. 한편, BETA-K 코드를 이용하여 150 MWe 급 칼리머 금속우라늄장전 평형 노심에 대한 유효지발중성자분율과 중성자수명을 계산한 바에 따르면 각각 0.00709와 0.356 μ sec인 것으로 나타났다.

Abstract

BETA-K, an effective delayed neutron fraction calculation code consistent with Nodal Expansion Method(NEM) of hexagonal geometric core, has been developed. By using relevant output files of DIF3D code, it can calculate the effective delayed neutron fraction(β_{eff}) and neutron lifetime(l_{eff}) for each fissionable isotope, composition of fuels and over the whole core. BETA-K code has been validated by comparing the calculated values to the measured ones of effective delayed neutron fraction in two critical experiments, BFS73-1 and BFS55-1. BFS73-1 is a metal uranium core and BFS55-1 is a metal plutonium core. The C/E values, 1.007 and 0.992 for BFS73-1 and BFS55-1 respectively, agreed well with the experimental values within the experiment errors. BETA-K code predicts 0.00709 and 0.356 μ sec as the effective delayed neutron fraction and neutron life time for the uranium metallic fueled equilibrium core of 150MWe KALIMER.

1. 서론

원자로 동특성방정식(Kinetic Equation)은 액체금속로와 같은 고속로나 가압경수로와 같은 경수로에 있어서 대등하게 유도되는 것이 사실이지만 고속로에 있어서 동특성방정식이 경수로에 비하여 보다 효과적으로 사용할 수 있다. 이는 동특성방정식이 중성자속을 시간과 공간에 대해 분리할 수 있다고 가정하여 유도되는데, 일반적으로 고속로에서 중성자 평균자유행적(Mean free path)이 경수로에 비해 크기 때문에 동특성방정식을 유도하기 위해 사용된 가정이 고속로에서 효과적으로 적용될 수 있기 때문이다. 따라서 대부분의 고속로용 동특성분석 코드에 있어서는 시간, 공간에 대한 중성자 평형방정식을 그대로 풀지 않고 온도 궤환효과는 공간적으로 다차원 분석을 시도하고 시간적 변화는 동특성방정식을 이용하는 소위 “유사동특성방정식(Quasi-static Kinetics Equation)”을 이용하고 있는 실정이다[1]. 한편, 동특성방정식을 정확히 풀기 위해서는 동특성방정식을 유도하는 과정에서 등장하는 유효지발중성자분율(Effective Delayed Neutron Fraction, β_{eff}), 중성자 수명(Neutron Lifetime, l_{eff}) 등과 같은 동특성 변수가 정확히 주어져야 하는데 이들은 노심의 상태에 따라 달라지는 변수이므로 노심의 상태에 따른 동특성 변수 생산은 정확한 동특성분석에 필수적이라 하겠다[2,3]. 따라서 유사동특성방정식에 의한 고속로 과도상태 거동을 제대로 모사 하려면 동특성 변수의 정확성이 과도상태 분석에 대한 정확성을 결정하게 되는 것이다. 한편, 한국원자력연구소에서 보유하고 있는 K-CORE 전산체제는 대부분의 노심 분석을 위한 기능이 포함하고 있기 때문에 이를 이용하여 육각형 집합체가 장전된 칼리머(KALIMER, Korea Advanced Liquid Metal Reactor) 노심을 설계하여 왔으나, 동특성분석을 위한 유효지발중성자분율 계산과 같이 특수한 분야에 대한 계산은 지금까지 이루지지 않았다. 따라서 이 연구는 K-CORE 전산체제의 보완과 칼리머 노심의 정확한 동특성분석을 목적으로 육각형 노달전개법에 대응하는 동특성방정식을 유도하고 동특성방정식을 유도하는 과정에서 나타난 유효지발중성자분율 및 중성자 수명을 계산하는 코드를 개발, 검증하기 위한 것이다.

2. 육각형 노달전개법과 동특성방정식

노달전개법[4,5,6]에 의하면 노심의 상태를 결정하는 변수는 중성자속(혹은 0차 중성자속 모멘트) 외에도 1차 중성자속 모멘트, 부분중성자류 등이 있으며 필요에 따라 횡방향 중성자누설량도 변수로 취급되며 이를 참고문헌 [6,7]의 표시법을 따라 간략히 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다 [7].

$$[\nu^{-1}] \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \left(\frac{1}{k} [F]_p - [H] \right) \Psi + S_d \quad (2.1)$$

단, 식 (2.1)에서 $[F]_p$ 는 즉발중성자 생성 행렬을 의미하며, S_d 는 지발중성자 생성량을 의미한다. 또한 지발중성자 선행핵에 대한 평형방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\chi_d^k C^k) = -\lambda^k \chi_d^k C^k + \frac{1}{k} F_d^k \phi \quad (2.2)$$

단, 식 (2.2)에서 C 는 선행핵 밀도를, F_d 는 지발중성자 생성 행렬을, x_d 는 지발중성자 스펙트럼을 의미하며, 상점자 k 는 지발중성자 군(family)를 의미한다. 동특성방정식을 유도하기 위하여 $\Psi(\vec{r}, E, t) = T(t) \cdot S(\vec{r}, E, t)$ 와 같이 노달변수를 크기함수, $T(t)$ 와 모양함수, $S(\vec{r}, E, t)$ 로 분해하여 식 (2.1)을 정리하면 다음과 같다.

$$[v^{-1}] \frac{\partial}{\partial t} T(t) S(\vec{r}, E, t) = (\frac{1}{k} [F]_p - [H]) T(t) S(\vec{r}, E, t) + S_d(\vec{r}, E, t) \quad (2.3)$$

여기서 모양함수와 크기함수는 여러 가지 방법으로 결정될 수 있으나 모양함수를 다음과 같이 초기 정상상태 노달전개법에 대한 수학적 수반방정식(mathematical adjoint equation)의 해를 가중함수로 이용하여 규격화시키면,

$$\langle \Psi^*(\vec{r}, E), [v^{-1}] S(\vec{r}, E, t) \rangle = 1 \quad (2.4)$$

크기함수는 다음과 같이 결정된다.

$$T(t) = \langle \Psi^* [v^{-1}] \Psi \rangle \quad (2.5)$$

식 (2.3)의 양변에 수학적 수반방정식의 해를 곱하여 공간 및 에너지에 대해 적분하면 다음과 같은 식을 얻게 되는데,

$$\frac{\partial}{\partial t} T(t) \langle \Psi^* [v^{-1}] S \rangle = \langle \Psi^*, (\frac{1}{k} [F]_p - [H]) S \rangle T(t) + \langle \Psi^*, S_d \rangle \quad (2.6)$$

초기 상태와 시간 t 상태에 다음과 같은 관계와

$$[F] = [F]_0 + \Delta[F] \quad (2.7)$$

$$[H] = [H]_0 + \Delta[H] \quad (2.8)$$

다음과 같은 관계 수반관계식(adjoint relations)을 이용하면

$$\langle \Psi^*, (\frac{1}{k} [F]_0 - [H]_0) \Psi \rangle = \langle \Psi, (\frac{1}{k} [F]_0^T - [H]_0^T) \Psi^* \rangle = 0 \quad (2.9)$$

식 (2.6)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} T(t) \langle \Psi^* [v^{-1}] S \rangle &= \langle \Psi^*, (\frac{1}{k} \Delta[F] - \Delta[H]) S \rangle T(t) \\ &\quad - \langle \Psi^*, \frac{1}{k} [F]_d S \rangle T(t) + \langle \Psi^*, S_d \rangle \end{aligned} \quad (2.10)$$

식 (2.10)의 양변을 $\frac{1}{k} \langle \Psi^*, [F] S \rangle$ 로 나누어 정리하면 다음과 같이 육각형 노달전개법에 대응하는 동특성방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{\Lambda(t)} \frac{\partial}{\partial t} T(t) = [\rho(t) - \beta(t)] T(t) + s_d(t) \quad (2.11)$$

단,

$$\Lambda(t) = \frac{\langle \Psi^*, [\mathbf{v}^{-1}] \mathbf{S} \rangle}{\frac{1}{k} \langle \Psi^*, [\mathbf{F}] \mathbf{S} \rangle} \quad (2.12)$$

$$\rho(t) = \frac{\langle \Psi^*, (\frac{1}{k} \Delta[\mathbf{F}] - \Delta[\mathbf{H}]) \mathbf{S} \rangle}{\frac{1}{k} \langle \Psi^*, [\mathbf{F}] \mathbf{S} \rangle} \quad (2.13)$$

$$\beta(t) = \frac{\langle \Psi^*, [\mathbf{F}]_d \mathbf{S} \rangle}{\langle \Psi^*, [\mathbf{F}] \mathbf{S} \rangle} \quad (2.14)$$

$$s_d(t) = \frac{\sum_{k=1} \langle \Psi^*, \lambda^k \chi_d^k \mathbf{C}^k \rangle}{\frac{1}{k} \langle \Psi^*, [\mathbf{F}] \mathbf{S} \rangle} \quad (2.15)$$

여기서 식 (2.12)을 중성자 세대수명(generation time)이라 부르고 식 (2.14)을 노달전개법에 대응하는 유효지발중성자분율이라 부르며, 식 (2.13)은 반응도 변화량을 의미한다.

3. 유효지발중성자분율 및 유효중성자수명

지발중성자분율(β)은 노심에서 생성되는 총 중성자에 대하여 지발중성자의 비를 의미하기 때문에 이를 수식으로 나타내면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\beta = \sum_k \beta^k = \sum_k \frac{N_d^k}{N_p + \sum_k N_d^k} \quad (3.1)$$

단,

$$N_d^k = \int_{V_c} \sum_i \int_E \chi_d^{i,k}(E) \int_E \nu_d^{i,k}(E) \Sigma_f^i(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE' dEdV \quad (3.2)$$

$$N_p = \int_{V_c} \sum_i \int_E \chi_p^i(E) \int_E \nu_p^i(E) \Sigma_f^i(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE' dEdV \quad (3.3)$$

여기서 식 (3.1)과 같이 주어지는 지발중성자분율과 식 (2.14)와 같이 주어지는 노달전개법에 대응하는 유효지발중성자분율은 약간의 차이가 있음을 알 수 있는데, 식 (3.1)에서는 수반방정식의 해로 가중하지 않았으나 식 (2.14)에서는 수학적 수반방정식의 해로 가중한 형태로 주어짐이 큰 차이이다. 그리고 식 (3.1)에서는 중성자속에 의한 중성자 생성량으로 지발중성자분율이 정의되는데 비하여 식 (2.14)에서는 중성자속뿐만 아니라 1차 모멘트 중성자속, 부분중성자류 등과 같은 모든 노달변수가 관계한 식으로 유효지발중성자분율이 결정된다. 그러나 식 (2.14)와 같이 주어지는 유효지발중성자분율에서 중성자속을 제외한 나머지 변수에 의한 영향은 상대적으로 미미하기 때문[4,5]에 식 (2.14)는 다음과 같이 근사적으로 표현되기도 한다.

$$\beta_{eff}(t) \simeq \frac{\langle \phi^*, \mathbf{F}_d \phi \rangle}{\langle \phi^*, \mathbf{F} \phi \rangle} \quad (3.4)$$

단,

$$\langle \phi^*, \mathbf{F}_d \phi \rangle = \int_{V_c} \sum_i \sum_k \int_E \phi^*(E) \chi_d^{i,k}(E) \int_E \nu_d^{i,k}(E) \Sigma_f^i(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE' dEdV \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \langle \phi^*, \mathbf{F} \phi \rangle &= \int_{V_c} \sum_i \int_E \phi^*(E) \chi_p^i(E) \int_E \nu_p^i(E) \Sigma_f^i(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE' dEdV \\ &+ \int_{V_c} \sum_i \sum_k \int_E \phi^*(E) \chi_d^{i,k}(E) \int_E \nu_d^{i,k}(E) \Sigma_f^i(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE' dEdV \end{aligned} \quad (3.6)$$

한편, 유효 중성자 수명 (l_{eff})은 유효 중성자 세대수명에 유효증배계수를 곱하여 다음과 같이 계산되는데,

$$l_{eff} = k_{eff} \cdot \Lambda \quad (3.7)$$

식 (2.12)와 같이 주어지는 중성자 세대 수명에 대하여 식 (3.4)와 같이 중성자속에 의한 중성자 세대 수명을 제외한 나머지 항을 무시하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\Lambda \simeq \frac{\langle \phi^*, [\frac{1}{v}] \phi \rangle}{\frac{1}{k} \langle \phi^*, F_p \phi \rangle + \frac{1}{k} \langle \phi^*, F_d \phi \rangle} \quad (3.8)$$

단,

$$\langle \phi^*, [\frac{1}{v}] \phi \rangle = \int_V \int_E \phi^*(\vec{r}, E) \frac{1}{v(E)} \phi(\vec{r}, E) dE dV \quad (3.9)$$

4. 유효지발중성자분율 계산코드의 검증

3절에서 유도한 수식에 의하여 유효지발중성자분율 및 중성자수명을 계산하는 코드, BETA-K (그림 1참조)를 개발하여 그 정확성을 임계실험 자료를 이용하여 검증하였다. 검증 대상으로 삼은 임계실험은 한국원자력연구소와 러시아 물리동력학연구소(IPPE)와 공동으로 실시한 금속 우라늄 임계실험, BFS73-1[8]과 금속우라늄-플루토늄 임계실험, BFS55-1[9]에서 측정된 유효지발중성자분율을 계산하였다. 표 1은 임계실험 결과를 실험 방법별로 정리한 것이다. 이 계산 결과에 의하면 우라늄 노심(BFS-73-1)이 플루토늄 노심(BFS-55-1)에 비하여 유효지발중성자분율이 약 1.8배 이상 크게 나타남을 알 수 있다. 표 2는 BETA-K코드가 계산 한 결과를 정리한 것이며, 표 2에서 β 는 식 (3.1)에 의해 계산되는 지발중성자분율을 의미하며 β_{eff} 는 식 (3.4)에 의해 계산된 유효지발중성자분율을 의미한다. 이 결과에 의하면 β_{eff} 값이 β 값에 비하여 약 10% 적게 나타나고 있다. 이는 지발중성자가 생성되는 에너지 영역이 약 100 - 300 keV 범위지만 고속로에서는 이 보다 더 높은 에너지가 중요하기 때문에 식 (3.4)와 같이 중요도 함수(수반중성자속)로 가중할 경우는 식 (3.1)과 같이 중요도 함수로 가중하지 않을 때에 비하여 지발중성자의 중요도가 감소하기 때문에 나타난 효과이다. 한편, BETA-K의 계산 결과와 실험 결과를 비교해 보면 IPPE가 계산한 결과에 비해서는 우라늄 노심과 플루토늄 노심에 관계없이 최대 9 pcm 차이를 보이며, 실험치에 비해서 25 pcm 미만의 차이를 보이고 있어 BETA-K가 매우 정확하게 유효지발중성자분율을 계산하고 있음을 알 수 있다. BETA-K가 계산한 중성자 수명도 표 2에 함께 수록하였으나 비교할 수 있는 실험치가 존재하지 않기 때문에 검증을 할 수 없었다.

5. 150MWe급 칼리머 금속우라늄 평형노심의 유효지발중성자분율

150MWe급 KALIMER 평형노심[9]은 금속우라늄이 장전된 노심으로써 BFS73-1과 비슷한 핵특

성을 보이는 노심이다. BETA-K는 이 노심에 대하여 유효지발중성자분율 및 중성자 수명을 계산하였는데, 표 3은 이를 정리한 것이다. 표 3을 보면 KALIMER 금속우라늄 노심의 유효지발중성자분율은 금속우라늄이 장전된 BFS73-1 임계실험과 비슷한 값을 보이고 있음을 알 수 있다.

6. 결론

육각형 노달전개법에 대응하는 동특성방정식을 유도하고 여기에 사용되는 유효지발중성자분율 및 중성자 수명을 계산하는 코드, BETA-K를 제작하고 이를 검증하였다. BETA-K 코드는 DIF3D 코드가 계산한 정상상태 노심 계산 결과를 입력으로 하여 동특성방정식 계산에 필요한 유효지발중성자분율 및 중성자 수명 등과 같은 중요 인자를 계산하게 되는데, BETA-K 코드의 수식과 코드의 정확성을 검증하기 위하여 금속우라늄 연료가 장전된 BFS73-1 임계실험과 우라늄-플루토늄 연료가 장전된 BFS55-1 임계실험의 유효지발중성자분율 BETA-K 코드로 계산하여 측정치와 비교하였다. 검증 결과에 의하면 BETA-K 코드가 예측한 유효지발중성자분율의 실험치에 대한 계산치간의 비(E/C)는 BFS73-1 노심의 경우는 1.007, BFS55-1 노심의 경우는 0.992로 모두 실험치와 실험오차 범위에서 일치하였다. 이상의 계산능력을 바탕으로 150MWe급 칼리머 금속우라늄 평형 노심에 대한 유효지발중성자분율과 중성자 수명을 계산한 바에 의하면 유효지발중성자분율은 0.00704, 중성자 수명은 0.356 μsec 인 것으로 나타났다.

감사의 글

이 논문은 대한민국 과학기술부에서 시행하는 원자력 중장기 사업의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. R. A. Shober, "FX2-TH : A Two-Dimensional Nuclear Reactor Kinetics Code with Thermal Hydraulic Feedback," ANL-78-97(1978).
2. Alen E. Walter, "Fast Breeder Reactor," Pergamon Press(1981)
3. K. O. Ott, "Introductory Nuclear Reactor Dynamics," American Nuclear Society(1985)
4. Taek Kyum Kim, "Solution of Mathematical Adjoint Equation for a Higher Order Nodal Expansion Method," Nuclear Science and Engineering, 123, 381-391(1996)
5. W. S. Yang, "Solution of the Mathematical Adjoint Equations for an Interface Current Nodal Formulation," Nuclear Science and Engineering, 116, 42(1994).
6. K. L. Derstine, "DIF3D: A Code to Solve One-, Two- and Three- Dimensional Finite-Difference Diffusion Theory Problems," ANL-82-64 (1984).
7. 김택겸, "육각형 노심용 접동이론 코드 개발," '98춘계원자력학회, 서울(1998)
8. Result of Measurements on Benchmark core of BFS73-1 Critical assembly, "KAERI Internal Report, Korea Atomic Energy Research Institute (1997).

9. BFS55-1 임계실험 자료 분석, 한국원자력연구소, KAERI/TR-788/96(1996).
10. KALIMER Design Concept Report, 한국원자력연구소, KAERI/TR-888 /97(1997).
11. Taek Kyum Kim, "Development of An Effective Delayed Neutron Fraction Calculation Code, BETA-K," KAERI/TR-1120/98

표 1. BFS73-1 및 BFS55-1 임계실험의 유효지발중성자분율

측정/계산 방법	BFS73-1	BFS55-1
Rossi- α method	0.00740 \pm 0.00015	-
Cf232 source Pseudo-reactivity method	0.00720 \pm 0.00027	0.00416 \pm 0.0003
Calculated by IPPE with ABBN-78 Data	0.00736	0.00396

표 2. BETA-K가 계산한 BFS73-1 및 BFS55-1의 유효지발중성자분율 및 중성자 수명

Core			β^k/β (%)						중성자수명 (μ sec)
			β^1	β^2	β^3	β^4	β^5	β^6	
BFS73-1	β	0.00838	2.785	15.764	15.842	38.623	19.098	7.888	0.261
	β_{eff}	0.00745	2.845	15.918	15.916	38.707	18.814	7.801	
BFS55-1	β	0.00502	2.224	15.633	14.851	36.661	22.177	8.453	0.213
	β_{eff}	0.00393	2.227	15.986	14.733	36.669	22.017	8.368	

표 3. BETA-K가 계산한 칼리머 노심의 유효지발중성자분율 및 중성자 수명

유효지발중성자분율		β^k/β (%)						중성자 수명 (μ sec)
		β^1	β^2	β^3	β^4	β^5	β^6	
β	0.00778	2.893	16.197	16.060	38.530	18.641	7.680	0.356
β_{eff}	0.00704	2.888	16.173	16.012	38.666	18.583	7.678	

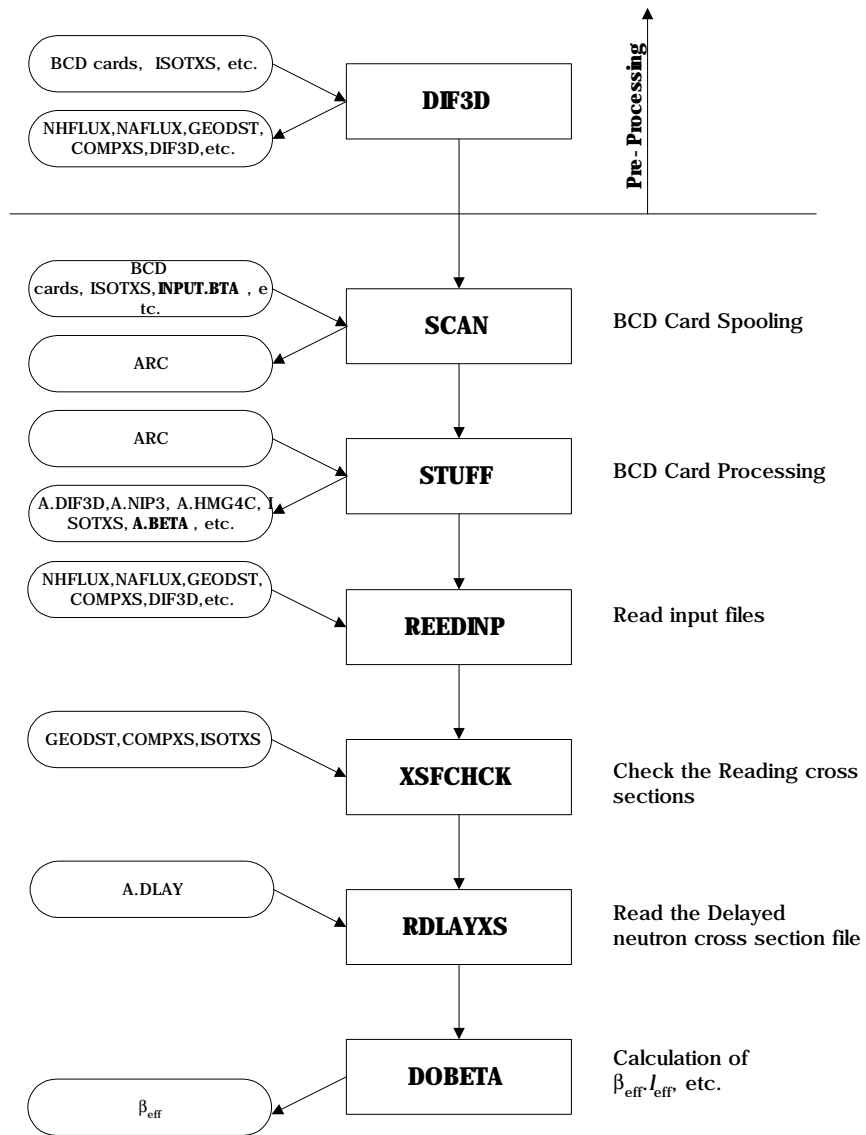


그림 1. BETA-K 코드의 흐름도