

육각형 노심용 섭동이론 코드 개발  
Development of A Perturbation Code for Hexagonal Core

김택겸, 김영진

한국원자력연구소  
대전시 유성구 덕진동 사서함 105호  
Email : tkkim@nanum.kaeri.re.kr

양원식

조선대학교  
광주시 동구 서석동 375

요약

육각형 노달전개법에 대한 섭동이론 코드, PERT-K를 개발하였다. PERT-K코드는 육각형 노심에 대한 노달전개법 코드인 DIF3D의 출력을 입력으로 하여 노심에 발생한 여러 가지 섭동에 대하여 "1차 섭동이론"을 이용하여 노심 반응도 변화량을 예측하는 기능을 가지고 있다. PERT-K 코드의 정확성은 노심 성분 변화에 대한 반응도 예측, BFS73-1 임계로에서 샘플 반응도가 평가, 소듐 기화 현상 분석을 통하여 검증하였다. PERT-K 코드 검증 결과에 의하면 핵연료집합체 수밀도를 일괄적으로 10 % 감소시킨 경우에 60 pcm 이하의 오차를 가지고 있으며, BFS73-1 임계로에 대한 샘플 반응도가 계산은 실험 오차이하의 수준으로 계산할 수 있었다. KALIMER 금속우라늄 초기 노심 소듐기화계수 분석에서는 Inner Core에서 발생한 소듐 기화는 100 % 기화율에 대해서도 40 pcm 이하의 오차 범위에서 예측이 가능하였으며 Outer Core에서 발생한 소듐 기화는 100 % 기화에 대하여 400 pcm 이상의 오차를 보였으나 기화율이 낮을수록 오차가 감소하여 10 % 기화율에 대해서는 40 pcm 이하의 오차를 가지고 소듐기화계수를 예측하였다.

Abstract

A perturbation code for hexagonal core geometry has been developed based on Nodal Expansion Method. By using relevant output files of DIF3D code, it can calculate the reactivity changes caused by perturbation in composition or/and neutron cross section libraries. The accuracy of PERT-K code has been validated by calculating the reactivity changes due to fuel composition change, the sodium void coefficients, and the sample reactivity worths of BFS-73-1 critical experiments. In the case of 10% reduction in all fuel isotopes at a assembly located in the outer core, PERT-K computation agrees with the direct computation by DIF3D within 60 pcm. The sample reactivity worths of BFS-73-1 critical experiments are predicted with PERT-K code within the experimental error bounds. For 100% sodium void occurrence at the inner core, the maximum difference of reactivity changes between PERT-K and direct DIF3D computations is less than 40 pcm. On the other hand, the same sodium void condition at the outer core leads to a difference of reactivity change greater than 400 pcm. However, as sodium voiding becomes near zero value, the difference becomes less and rapidly falls within the acceptable bound, i.e. 40 pcm.

## 1. 서론

노달방법은 정상상태 노심은 물론 연소계산, 천이상태 모사 등에서 비교적 신뢰할만한 정확성을 가지고 응용되고 있는 실정이며, 최근에는 노달방법론에 대응하는 "섭동이론(perturbation theory)" 혹은 "일반섭동이론(generalized perturbation theory)"을 개발하여 노심 내 섭동에 대한 반응도 변화 예측, 출력민감도 계산, 동특성 변수(Kinetics parameters) 생산에 이용되고 있는 실정이다 [1,2,3]. 그러나 이와 같은 노달방법의 괄목할 만한 응용은 사각형 핵연료집합체를 사용하고 있는 가압경수로에 집중되고 있는 실정이며 육각형 핵연료집합체를 사용하는 액체금속로에 대한 응용은 아직까지 미미한 실정이다. 그러나 육각형 핵연료집합체에 대한 노달방법론의 개발과 그에 대응하는 수반방정식(adjoint equation)의 해법이 이미 알려진 상태이므로[4] 액체금속로용 섭동이론의 개발은 당연한 수순이라 하겠다. 특히, 액체금속로에서 사용하고 있는 중성자 라이브러리의 불확실성과 제어봉 및 흡수봉 해석에 대한 불확실성, 그리고 각종 노심 내 섭동에 대한 반응도 변화 등에 대한 해석을 위해서는 육각형 노달방법 섭동이론 코드가 반드시 요구된다고 하겠다. 따라서 이 연구의 목적은 한국원자력연구소에서 개발중인 액체금속로, 칼리머(KALIMER, Korea Advanced LIquid METal Reactor)의 노심 해석용 전산체제인 K-CORE 전산체제의 일환으로 육각형 노달전개법을 바탕으로 개발된 DIF3D코드의 육각형 노달 기능에 대응하는 섭동이론 코드를 개발하고 검증을 하기 위한 것이다.

## 2. 육각형 노달방정식에 대한 섭동이론

육각형집합체에 대한 노달방법론은 여러 가지가 개발되었으나 현재 한국원자력연구소에서 사용하고 있는 K-CORE 전산체제의 노심 분석 방법은 DIF3D코드를 이용하고 있기 때문에 이 연구에서 적용한 육각형 노달전개법은 DIF3D 코드의 방법론을 근간으로 삼고 있다. 이 방법은 R. D. Lawrence[5]에 의해 개발된 방법으로 이는 다음과 같이 주어지는 육각형집합체 내에서의 노달평형방정식에서,

$$\frac{2}{3h} [\bar{L}_x + \bar{L}_u + \bar{L}_v] + \frac{1}{\Delta z} \bar{L}_z + \Sigma_r \bar{\phi} = \bar{Q} \quad (2.1)$$

노드 평균 중성자속과 노드 경계면에서 중성자류간의 관계를 얻기 위하여 위 식에서 소위 "1차원 중성자 확산방정식(1-dimensional auxiliary diffusion equation)"이라 불리는 1차원 노달평형방정식을 구하여 중성자속과 중성자류간의 관계를 얻게 된다. 단, 식 (2.1) 및 이하에서 각 변수의 의미는 참고문헌 [5]의 표시법을 그대로 따르기로 하였으며, 1차원 중성자확산방정식을 푸는 과정에서 횡방향 1차원 중성자속은 4차 다항식으로 근사하고, 축방향 1차원 중성자속은 2차 다항식으로 근사하게 된다. 결론적으로 노달전개법은 1차원 중성자속을 적절한 다항식으로 근사하게 되면 1차원 중성자 확산방정식으로부터 식 (2.1)과 같은 노달평형방정식을 풀기 위한 모든 정보를 얻을 수 있게 되기 때문에 1차원 중성자속을 다항식으로 근사하는 과정에서 등장한 다항식의 계수를 구하는 문제로 귀착된다. 다항식의 계수는 노드 정보와 중성자속 모멘트 방정식, 횡방향중성자 누설량 모멘트, 반응행렬식을 차례로 풀어 얻을 수 있는데[5] 여기서 육각형 노달전개법을 풀기 위한 최종식을 정리하면 다음과 같다.

$$\left\{ \Sigma_r + \frac{32D}{h^2} \right\} \phi_{x1} + \frac{2}{3h} [\bar{T}_x + \bar{T}_u - \bar{T}_v] + \frac{1}{\Delta z} \mathcal{L}_{z1} - \frac{40D}{3h^2} a_{x1} = Q_{x1} \quad (2.2)$$

$$\left\{ \Sigma_r + \frac{32D}{h^2} \right\} \phi_{id} + \frac{2}{3h} [\bar{T}_x + \bar{T}_v + \bar{T}_x] + \frac{1}{\Delta z} \mathcal{L}_{zid} - \frac{40D}{3h^2} a_{id} = Q_{id} \quad (2.3)$$

$$\left\{ \Sigma_r + \frac{32D}{h^2} \right\} \phi_{vl} + \frac{2}{3h} [\bar{T}_v - \bar{T}_x + \bar{T}_u] + \frac{1}{\Delta z} \mathcal{L}_{zvl} - \frac{40D}{3h^2} a_{vl} = Q_{vl} \quad (2.4)$$

$$\Sigma_r \phi_{zl} + \frac{1}{2\Delta z} \bar{T}_z + \frac{D}{\Delta z^2} a_{zl} + \frac{2}{3h} \mathcal{L}_{xyz1} = Q_{zl} \quad (2.5)$$

$$J^{out} - RJ^{in} + PL = PQ \quad (2.6)$$

위 식 (2.1) ~ (2.6)은 간단히 다음과 같이 정리할 수도 있으며,

$$[H]\Psi = \frac{1}{k}[F]\Psi \quad (2.7)$$

식 (2.7)에서  $\Psi$ 는 노달변수로 이루어진 벡터로서  $\Psi = (\phi, \phi_{x1}, \phi_{vl}, \phi_{zl}, \phi_z, J^{out}, J^{in})^T$  와 같이 표현된다.  $\Psi$ 의 성분 벡터 가운데 중성자속 및 1차원 중성자모멘트는 NxG차원 벡터이고 부분중성자류는 8xNxG (단, 2차원 노심의 경우 6xNxG) 차원 벡터이다. 여기서, N은 노드 개수를 나타내고 G는 중성자 에너지군을 나타낸다. 따라서 식 (2.45)에서 행렬  $[H]$ 와  $[F]$ 는  $(5*NG + 16NG) \times (5*NG + 16NG)$ 차원의 행렬이 된다.

식 (2.7)을 이용하면 노심에 발생한 섭동량( $\Delta$ )이 작아서  $\Delta\lambda \cdot \Delta F$ 와 같이 섭동량에 대한 2차 변화량을 무시할 수 있다고 가정하면 "1차 섭동이론(First order perturbation)"이론에 의하여 노심의 반응도 변화량은 다음과 같이 계산할 수 있게 된다.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\langle \Psi^*, (\Delta[H] - \lambda\Delta[F])\Psi \rangle}{\lambda \langle \Psi^*, [F]\Psi \rangle} \quad (2.8)$$

단, 식 (2.8)에서  $\lambda = 1/k$ 이며  $\Psi^*$ 는 다음과 같이 주어지는 수학적 수반방정식 (mathematical adjoint equation)의 해가 된다.

$$[H]^T \Psi^* = \frac{1}{k}[F]^T \Psi^* \quad (2.7)$$

식 (2.6)을 이용하여 개발된 육각형 노심 용 섭동이론 코드는 PERT-K로 명명되었는데, 식 (2.7)에서 알 수 있는 바와 같이 노심에 발생한 섭동에 대한 반응도 변화량을 예측하기 위해 필요한 정보는 섭동이 발생하기 전 노심의 균정수, 노달방정식의 해 및 수반방정식 해와 섭동 전후의 균정수 변화량 등이다. 따라서 PERT-K 코드를 실행시키기 위해서는 섭동이 발생하기 전 노심에 대한 육방형 노달방정식 및 수반방정식을 풀어야 하는 선행 계산이 요구되는데 이는 DIF3D 코드를 사용하여 계산하게 되고 일단, DIF3D에 의하여 섭동 발생 전 노심에 대한 계산이 완료되면 PERT-K코드는 DIF3D 코드의 출력 가운데 노달방정식의 해, 수반방정식의 해, 균정수 등에 관한 정보를 입력으로 받고, 섭동이 발생한 상태의 균정수를 새로이 계산하여 식 (2.6)과 같이 주어지는 섭동이론을 적용한 반응도 변화량을 계산하게 된다. 그림 1은 PERT-K코드의 흐름도를 나타낸 것으로 그림 1에서 DIF3D 코드와 PERT-K코드의 관계를 알 수 있다.

### 3. PERT-K 코드의 검증

PERT-K 코드는 1차 섭동이론을 바탕으로 개발된 섭동이론코드으로써 노심의 일부분에서 노심 구성 성분이 변화되는 경우, 소듐이 기화되는 경우, 중성자 라이브러리가 변화된 경우, 핵연료 및 냉각재 온도가 변화된 경우 등과 같은 다양한 섭동에 대한 노심 반응도 변화량을 계산할 수 있다. 이들에 대한 정확성을 확인하기 위해 임계실험을 통하여 측정된 샘플 반응도 평가와 칼리머 노심을 대상으로 하여 소듐 기화율에 따른 반응도 변화량을 대상으로 검증 계산하였다.

### 3.1. BFS73-1 임계실험의 샘플반응도 평가

BFS73-1 임계실험[6]은 한국원자력연구소에서 개발하고 있는 칼리머 노심의 핵특성을 알아보기 위하여 러시아 물리동력학연구소(IPPE; Institute of Physics and Power Engineering)와 공동으로 수행한 노물리 실험으로 우라늄 금속연료를 장전한 노심(그림 2참조)에 대한 각종 핵특성을 측정하는 실험을 수행하였다. 이 실험의 여러 가지 측정 자료 가운데 PERT-K의 검증에 위해 사용한 자료는 샘플 반응도이다. 즉, 실험을 통해 얻어진 샘플의 반응도와 PERT-K를 이용하여 계산된 반응도가를 서로 비교함으로써 PERT-K의 정확성을 검증하였다. BFS-73-1 실험에서 샘플 반응도는 측정하고자 하는 샘플을 작은 용기에 담아 노심에 삽입한 후 반응도를 측정하는 것으로 BFS-73-1 실험에서는 여러 가지 샘플에 대한 반응도를 측정하였지만 PERT-K의 검증을 위해 분석한 샘플 반응도는 U235의 농축도가 88.6 %인 샘플 16.22 g과 Natural Uranium 89.29 g을 각각 노심 중앙에 있는 핵연료봉에 삽입한 경우를 대상으로 실시하였다. 계산 결과에 의하면 실험에서 얻어진 U235 샘플 반응도가와 Natural Uranium에 대한 반응도가에 비하여 PERT-K는 각각 18 % 과대평가와 12 % 과소평가하고 있음을 알 수 있는데, 샘플은 노심의 반응도에 비하여 상당히 작기 때문에 통상 실험으로 측정된 샘플 반응도에는 약 13~19 %정도의 오차가 있는 것이 판단하고 있기 때문에[8] PERT-K는 실험 오차 내에서 샘플의 반응도가를 계산할 수 있음을 보여주고 있다.

### 3.2. 수밀도 변화에 대한 검증

노심의 특정 위치에 장전된 물질의 수밀도를 일률적으로 변화시키는 섭동에 대하여 PERT-K 코드의 반응도 예측 능력을 검증하였다. 노심의 구성은 그림 3과 같이 주어지는 150MWe급 KALIMER 2차원 노심에 대하여 실시하였는데 그림 3에서 노심에 Perturbed node는 섭동을 가한 부분을 표시하고, 섭동 량은 노드 전체의 수밀도를 일률적으로 1 %에서 50 %까지 감소시켜보았다. 표 1은 PERT-K 코드의 계산 능력을 보여주고 있다. 표 1에 의하면 섭동 량이 증가함에 따라 PERT-K의 반응도 예측능력에 대한 오차가 점점 증가하고 있음을 확인할 수 있으며 1차 섭동이론에 의한 반응도 예측능력이 점점 그 오차를 크게 보이고 있음을 알 수 있다.

### 3.3. 소듐 기화에 대한 검증

액체금속로에서 냉각제로 사용되고 있는 소듐이 기화되면 노심 내에서 냉각제가 감소된 만큼 중성자의 충돌 확률이 감소하여 고속의 중성자 에너지가 열중성자로 감속되는 능력이 줄어들게 되고 이는 중성자속을 경화시키게 된다. 고속로에서는 경수로와 달리 중성자 중요도가 고속영역에서 커지기 때문에 소듐의 감소에 따라 중성자 스펙트럼이 경화되면 그만큼 노심의 반응도는 증가되는 효과와 소듐 감소에 따라 중성자 누설이 증가하게 되면 노심의 반응도는 감소하게 되는 효과가 함께 일어난다. 이 밖에서도 미미하기는 하지만 소듐이 감소된 만큼 유효단면적이 변하게 되어 노심의 반응도도 변하게 되는데, 이러한 소듐 기화에 따른 반응도 변화량을 정확히 계산하지 못하면 소듐 기화에 대한 안전성 분석을 제대로 수행할 수 없기 때문에 섭동이론 코드에 의한 소듐 기화 반응도 계산은 매우 중요하다.

소듐 기화현상에 대한 PERT-K 코드 검증을 위하여 금속 우라늄이 장전된 칼리머 노심을 대상으로 Inner Core 및 Outer Core에 각각 소듐 기화율을 10 %, 50 %, 100 %에 대한 섭동이 발생한 경우를 PERT-K 코드를 사용하여 계산하였는데, 계산 결과를 표 2에 정리하였다. 표 2에서 "Void Only"는 소듐의 수밀도만 변화시킨 경우를 의미하며 "Hybrid"는 소듐의 수밀도 변화와 스펙트럼 효과를 함께 변화시킨 상태에 대한 계산을 의미한다. 이 경우에 기화율이 10 %인 경우는 중성자 스펙트럼 변화가 거의 없을 것으로 판단하여 Hybrid 계산은 생략하였으며, 50 % 기화된 경우는

Hybrid 계산에 사용된 라이브러리가 100 % 기화를 가정하고 생산된 라이브러리로 50 % 기화된 경우를 100 % 기화를 가정하고 생산된 라이브러리를 사용하면 과도하게 중성자 누설 효과가 고려되게 되고, 그렇다고 Void Only만으로 계산하면 중성자 누설 효과를 고려하지 못하므로 Void Only와 Hybrid의 평균값을 추가적으로 기록하였다. 한편, DIF3D 계산은 소듐 기화에 대하여 직접 수밀도와 중성자 라이브러리를 변화시켜 계산한 것을 의미하며 이 가운데 HEX-Z는 노달 계산을 의미하며, TRI-Z는 노드를 24개로 나누어 유한차분법(FDM)으로 계산한 것이다.

표 2의 결과를 보면 150MWe급 KALIMER 금속우라늄 초기노심은 Inner Core에서 소듐 기화가 발생하면 반응도가 증가하여 양의 소듐기화계수(Sodium Void Coefficient)를 가짐을 알 수 있으며, Outer Core에서 소듐 기화가 발생한 경우는 음의 소듐기화계수를 가짐을 알 수 있다. 이는 소듐 기화로 말미암아 중성자 스펙트럼이 경화되어 반응도가 증가된 효과와 중성자 누설에 의한 반응도 감소 효과 중에서 Inner Core에서 발생한 소듐 기화는 누설 효과보다 중성자 스펙트럼 경화 효과가 더 크게 나타나 양의 소듐기화계수가 됨을 알 수 있다. 반면에 Inner Core 보다 노심 외곽에 접해 있는 Outer Core에서 소듐 기화가 발생하면 중성자 스펙트럼 경화 효과보다는 중성자 누설 효과가 커서 음의 소듐기화계수가 된 것이다. 이렇게 소듐 기화가 발생한 위치에 따라 소듐기화계수가 변하는 성질을 PERT-K는 적절히 계산하고 있는데, Inner Core의 경우는 40 pcm 이하의 정확성을 가지고 DIF3D 계산 결과와 일치하고 있는 반면에, Outer Core의 경우는 430 pcm까지 DIF3D 계산 결과와 차이를 보이고 있다. 특히 기화율이 증가할수록 더 큰 오차를 보이고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

육각형 노달전개법에 대한 섭동이론 코드, PERT-K를 제작하고 이를 검증하였다. PERT-K 코드는 DIF3D 코드가 계산한 정상상태 노심 계산 결과를 입력으로 하여 노심에서 발생한 여러 가지 섭동 즉, 노심 내 특정 위치에서의 노심 구성 성분의 변화, 중성자 균정수 라이브러리의 변화 및 이를 혼합한 섭동에 대하여 “1차 섭동이론 (First Order Perturbation Theory)”을 이용하여 노심 반응도 변화량을 예측하는 기능을 가지고 있다. PERT-K 코드의 검증은 노심 성분 변화에 대한 반응도 예측, BFS73-1 임계로에서 샘플 반응도가 평가, 소듐 기화 현상 분석을 통하여 검증하였으며, 검증한 바에 의하면 핵연료집합체 수밀도를 일괄적으로 10 % 감소시킨 경우에 60 pcm 이하의 오차를 가지고 있으며, BFS73-1 임계로에 대한 샘플 반응도가는 실험 오차 수준으로 계산할 수 있었다. 한편, 소듐 기화 현상에 대한 분석에서는 Inner Core에서 발생한 소듐 기화는 100 % 기화에 대해서도 40 pcm 이하의 오차 범위에서 예측이 가능하였으나 Outer Core에서 발생한 소듐 기화는 100 % 기화에 대하여 400 pcm 이상의 오차를 보였으나 기화율이 낮을수록 오차는 줄어들어 10 % 기화율에 대해서는 40 pcm 이하의 오차를 보였다.

이상으로 볼 때, DIF3D 코드의 육각형 노달전개법을 바탕으로 개발된 섭동이론 코드, PERT-K는 노심의 특정 위치에서 수밀도 변화, 중성자 라이브러리 변화, 임계로 샘플 반응도가 계산, Inner Core의 소듐기화계수 생산 및 Outer Core에서의 낮은 기화율에 대한 소듐기화계수 계산에 적용될 수 있음을 확인하였으며, 향후 액체금속로 안전해석 변수 생산에 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### 감사의 글

이 논문은 대한민국 과학기술부에서 시행하는 원자력 중장기 사업의 지원으로 수행 되었습니다.

참고문헌

1. Taek Kyum Kim, etc., "Solution of Mathematical Adjoint Equation for a Higher Order Nodal Expansion Method," Nuclear Science and Engineering, 123, 381-391(1996).
2. Taek Kyum Kim, etc "Mixed Integer Programming for Pressurized Water Reactor Fuel Loading Pattern Optimization," Nuclear Science and Engineering, 127, 346(1997).
3. T. A. Taiwo, A. F. Henry, "Perturbation Theory Based on a Nodal Method," Nuclear Science and Engineering, 92, 34 (1986).
4. W. S. Yang, et al., "Solution of the Mathematical Adjoint Equations for an Interface Current Nodal Formulation," Nuclear Science and Engineering, 116, 42 (1994).
5. R. D. Lawrence, "The DIF3D Nodal Neutronics Option for Two- and Three- Dimensional Diffusion Theory Calculations in Hexagonal Geometry," Argonne National Laboratory, ANL-83-1 (1983).
6. "Results of Measurements on Benchmark Core of BFS-73-1 Critical Assembly," KAERI Internal Report, Korea Atomic Energy Research Institute (1997).
7. KALIMER Design Concept Report, KAERI/TR-888/97.
8. Leo G. Lesage., et al., "Current Status of Fast Reactor Physics Reactivity Coefficients," Progress in Nuclear Energy, Vol. 16, 231(1985).

표 1. 노심 성분 변화에 대한 PERT-K 계산능력

섭동량	DIF3D	Pert-K(keff/Diff(pcm))
Non-Perturbed	1.148852	-
1%감소	1.148641	1.148583/ -6
5%감소	1.147792	1.147502/ -29
10%감소	1.146725	1.146145/ -58
20%감소	1.144566	1.143403/-116
30%감소	1.142373	1.140606/-176
40%감소	1.140141	1.137723/-242
50%감소	1.137866	1.134704/-316

표 2. 소듐 기화에 대한 PERT-K 검증내용

Perturbed region	Void fraction	계산방법	DIF3D		PERT-K
			HEX-Z	TRI-Z	
Unperturbed State			1.01366	1.01282	-
Inner Core	10 %	Void Only	1.01384		1.01380
		Hybrid	1.01451		1.01433
	50 %	Hybrid	1.01556		1.01541
		Average	1.01504		1.01487
	100 %	Void Only	1.01523		1.01445
		Hybrid	1.01610	1.01521	1.01568
Outer Core	10 %	Void Only	1.01293		1.01256
		Void Only	1.00985		1.00785
	50 %	Hybrid	1.01069		1.00874
		Average	1.01027		1.00830
	100 %	Void Only	1.00564		1.00102
		Hybrid	1.00627	1.00533	1.00170

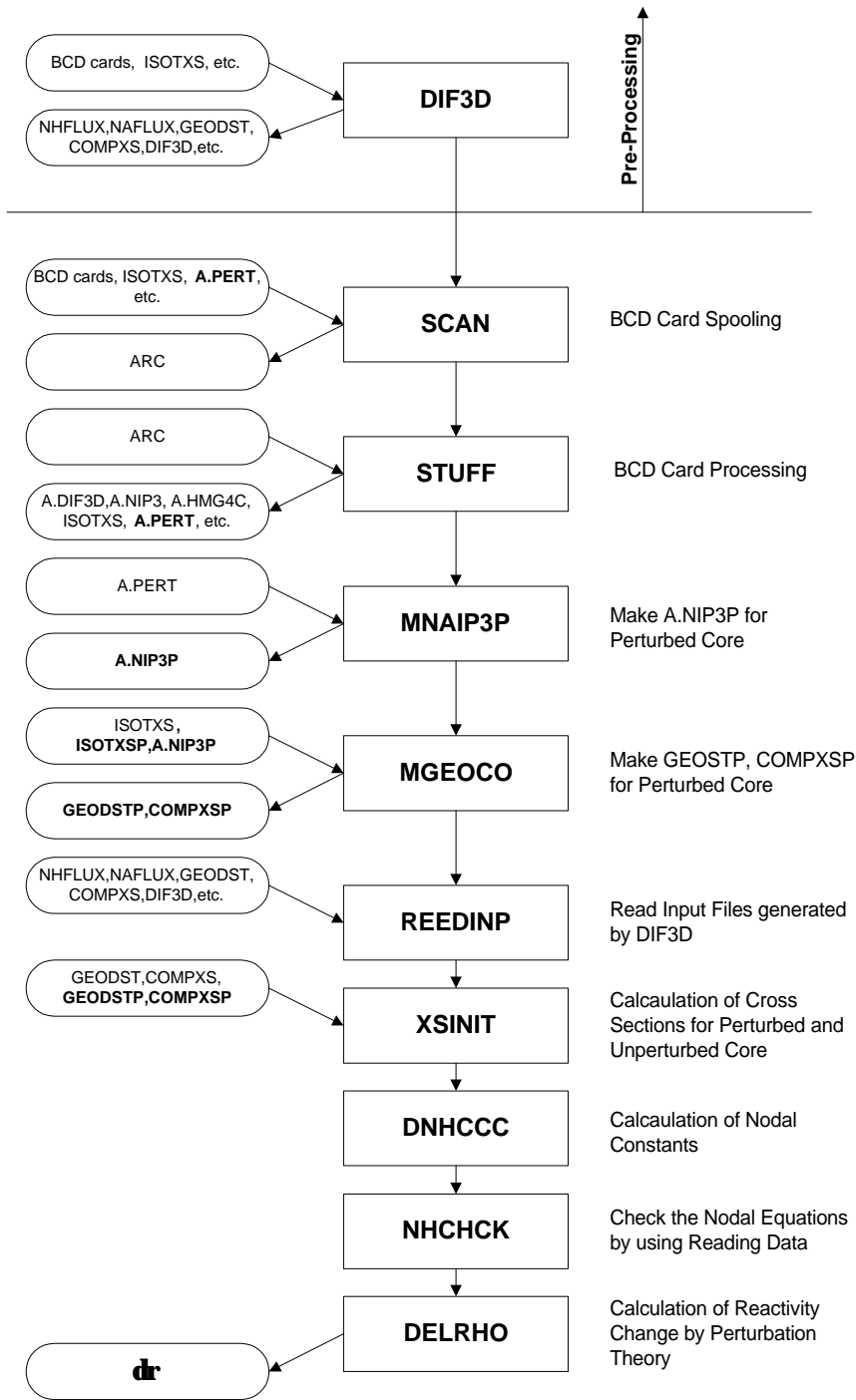


그림 1. PERT-K의 흐름도

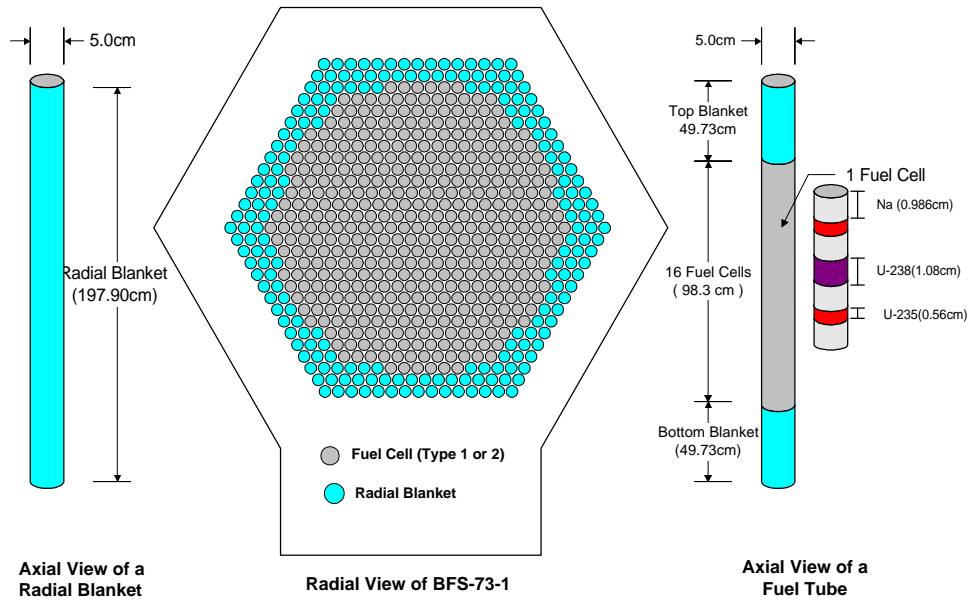


그림 2. BFS73-1 임계실험로

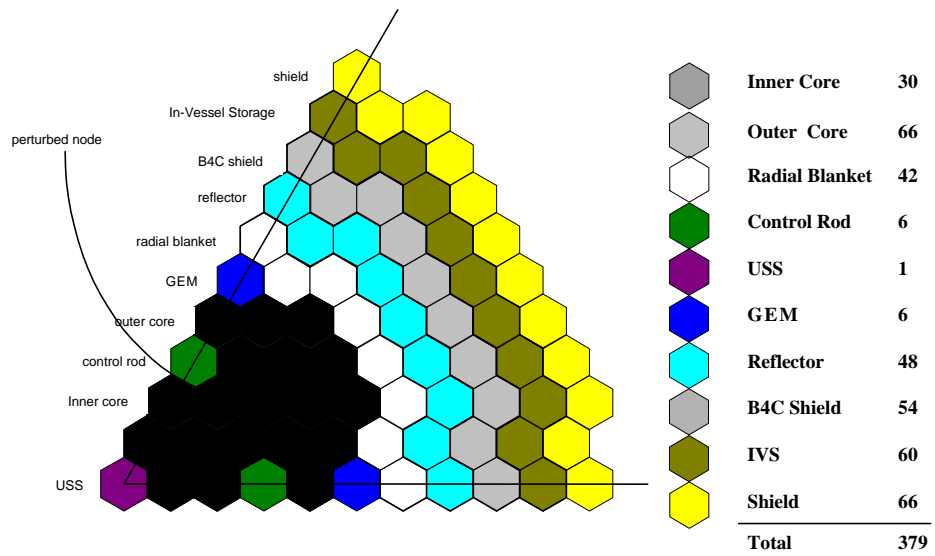


그림 3. 150MWe급 KALIMER 1/6 대칭노심