

Drift-Flux Model을 이용한 Numerical Solver 개발

Development of Numerical Solver with Drift-Flux Model

박병서, 황태석, 최동수, 조창석

한국원전연료(주) 기술연구원
대전시 유성구 덕진동 150

요약

드리프트 플럭스 모델을 사용한 numerical solver가 개발되었다. 5개의 1차원 지배방정식들을 차분화하고 Newton-Raphson 방법을 적용하였으며 임계유동모델과 단순화된 보조관계식들을 부가하였다. 임계유동모델은 Henry-Fauske 모델을 이용하여 작성된 것으로서 별도 개발된 것이며, 보조관계식들은 가능한 단순화시켰다. Marviken 15 및 24 실험과 LOFT 546번 실험을 대상으로 검증계산을 수행하였으며, 그 결과 프로그램은 잘 작동함이 확인되었으며 실험결과와 유사한 결과를 나타내었다.

Abstract

Development of the numerical solver using the drift-flux model was performed. The five governing equations based on one dimensional approach were differenced and solved with Newton-Raphson method. The critical flow model, independently developed, and the simplified constitutive relations were incorporated. For Marviken Tests 15 & 24 and LOFT Test 546, the verification analyses were performed. The results showed that the program works with good stability and produces reasonable results.

1. 서론

이상유동을 수치적으로 해석하기 위해서는 적절한 지배방정식과 보조관계식들을 선정하고 이들 방정식들을 효율적으로 수치적분하기 위한 해법이 필요하다. 수치적분은 지배방정식의 차분화 방법과 보조관계식들의 처리방식에 따라 여러 형태로 이루어지지만 LOCA 해석분야에서 사용되고 있는 코드들은 대체로 반음해법(semi-implicit method)과 Newton-Raphson 방법^[1-4]이나 Euler 방법^[5]을 사용하고 있다. 아울러 계산속도를 증가시키기 위한 방법들도 여러 가지가 제안되어 있다. 이들 코드들의 기능 중에서 가장 기본이 되는 것은 보조관계식을 포함한 지배방정식을 차분화하여 행렬방정식을 유도하고 행렬변환(matrix inversion)을 통해 해를 구하는 것이다.

본 연구에서는 드리프트 플럭스 모델을 사용한 5개의 지배방정식을 차분화하고 Newton-Raphson 방법을 사용하여 행렬변환을 통해 유동관련값(flow properties)을 구하는 프로그램을 작성하였다. 프로그램의 성능을 확인하기 위해 방출실험(blowdown experiment)인

Marviken No. 15 및 24^[6]와 LOFT No. 546 실험^[7]을 대상으로 검증계산을 수행하였다.

2. 수치해석 및 검증계산

2.1 지배방정식

지배방정식은 다음과 같이 5개로서 혼합상(mixture)에 대해 1차원 질량, 운동량 및 에너지 보존방정식을 적용하고 기체에 대해 1차원 질량 및 에너지 보존방정식을 적용한다. 그리고 상간의 속도는 드리프트 플럭스관계식 혹은 액체와 기체간의 상대속도항으로 표시한다.

혼합체 질량보존방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_m V_m) = 0 \quad (1)$$

기체 질량보존방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha \rho_g V_m) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha \rho_g (1-\alpha) \rho_l V_r}{\rho_m} \right] = I \quad (2)$$

혼합체 에너지보존방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m U_m) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_m U_m V_m) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha \rho_g (1-\alpha) \rho_l (U_g - U_l) V_r}{\rho_m} \right] \\ + P \frac{\partial}{\partial x} V_m + P \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha(1-\alpha)(\rho_l - \rho_g) V_r}{\rho_m} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

기체 에너지보존방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha \rho_g U_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha \rho_g U_g V_m) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha \rho_g (1-\alpha) \rho_l U_g V_r}{\rho_m} \right] \\ + P \frac{\partial}{\partial x} (\alpha V_m) + P \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha(1-\alpha) \rho_l V_r}{\rho_m} \right] = -P \frac{\partial}{\partial x} \alpha + q_{ig} + \Gamma h_{sg} \end{aligned} \quad (4)$$

혼합체 운동량보존방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} V_m + V_m \frac{\partial}{\partial x} V_m + \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha \rho_g (1-\alpha) \rho_l V_r^2}{\rho_m} \right] = -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial P}{\partial x} - K V_m |V_m| + g \quad (5)$$

위의 식(1)-(5)에서 ρ , U , α , V 와 P 는 각각 밀도, 내부에너지, 기공률, 속도 및 압력을 의미하고 하첨자 g , l , m 은 각각 기체, 액체 및 혼합상(mixture)을 의미한다. 그리고 식(5)의 K 와 g 는 각각 벽면압력강하계수와 중력가속도를 의미하고, 식(2)-(5)에 나타나는 V_r 은 기체와 액체의 상대속도를 의미한다. 아울러 식(2)와 식(4)에 나타나는 Γ 는 상변환된 질량을 의미하고 h_{sg} 는 포화상태의 기체엔탈피를, q_{ig} 는 상경계면과 기체상과의 열전달량을 의미하며 다음절에 자세히 설명한다.

2.2 보조관계식

지배방정식 중에서 상변화에 수반되는 항들과 벽면마찰항에 대해서는 보조관계식을 적용한다. 상변화는 각 상간의 질량 및 에너지전환을 수반하므로 유동양식에 따라 다음과 같이 열전달계수 및 상간면적(interfacial area)을 표시하였다.

$$\Gamma = \frac{-q_{ig} - q_{il}}{h_{sg} - h_{sl}}, \quad q_{ig} = h_{ig} A_i (T_s - T_g), \quad q_{il} = h_{il} A_i (T_s - T_l) \quad (6)$$

Bubbly Flow	Churn-Turbulent Flow	Annular Flow
$\frac{h_{ii} d_B}{k_l} = 2 + 0.6 Re_B^{1/2} Pr_l^{1/3}$ $Re_B = \frac{V_r d_B}{\nu_l}, d_B = \left[\frac{6\alpha}{\pi N_B} \right]^{1/3}$	$h_{ii} = h_B + \frac{h_B - h_A}{\alpha_B - \alpha_A} (\alpha - \alpha_B)$	$\frac{h_{ii} D_{HYD}}{k_l} = 0.023 Re_A^{0.8} Pr_g^{0.4}$ $Re_A = \frac{V_r D_{HYD}}{\nu_g}$
$A_i = A_B = N_B \pi d_B^2$	$A_i = A_B + \frac{A_B - A_A}{\alpha_B - \alpha_A} (\alpha - \alpha_B)$	$A_i = A_A = \frac{4\sqrt{\alpha}}{D_{HYD}}$
$V_r = \frac{1.41}{1-\alpha} \left[\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4}$	$V_r = \frac{V_m}{\frac{1-\alpha}{c-1} + \frac{\alpha \rho_g}{\rho_m}}$ $c=1.1$	$V_r = \frac{V_m}{\frac{\rho_g (76-75\alpha)}{\rho \sqrt{\alpha}} + \frac{\alpha \rho_g}{\rho_m}}$

즉, 액체와 기체사이의 질량 및 에너지 전달은 상경계면을 중심으로 양측에 각각 기체 및 액체의 온도경계층을 설정하여 표시한 것이다. 즉, h_{ig} 및 h_{if} 는 각각 상경계면과 기체, 상경계면과 액체사이의 열전달계수를 표시한 것이고 A_i 는 단위체적당의 상경계면을 의미한다. 아울러 기포류에서 단위체적당의 기포수 N_B 는 10^{10} 개/ m^3 를 사용하였고 기포의 직경 d_B 는 위에 표시한 바와 같이 구형기포가정을 적용하여 기공률로부터 계산하였다. 상간의 열전달계수는 위의 표에서 보듯이 대류 및 전도에 의한 효과를 모두 고려하였으며 churn-turbulent 영역에서는 기포류와 환형류의 중간성질을 갖는 것으로 가정하였다. 위와 같은 방법은 매우 단순화된 모델로서 좀더 정확한 해석을 위해서는 상세하고 보다 정확한 모델을 사용하여야 한다. 다만 본 연구에서는 solver의 작동여부 확인을 위해 단순모델을 사용하였다.

또한 2상벽면마찰을 표시하기 위해 다음과 같이 2상압력손실증배계수(two phase multiplier)식을 사용하였다.

$$\phi^2 = \frac{K_{2\phi}}{K_{1\phi}} = \left[1 + x \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} - 1 \right) \right] \left[1 + x \left(\frac{\mu_l}{\mu_g} - 1 \right) \right]^{-1/4} \quad (7)$$

임계유동을 표시하기 위해 본 연구팀에서 별도로 개발한 Henry-Fauske 임계유동모델을 사용하였다. 이 모델은 기존의 TRAC-PF1 코드에 이식하여 검증해석을 통해 성능이 입증된 모델이다.^[8]

2.3 차분화

전술한 지배방정식 및 보조관계식 등을 대류항에 대해서는 donor-cell 방법 혹은 upwind 방법을 적용하고 반복계산을 가능하게 하기 위해 밀도와 온도에 대해서 다음과 같이 Newton-Raphson 방법을 적용하였다. 비선형항에 대해서는 반음해법을 적용한다.

$$\phi^{n+1} \approx \phi^{m+1} \approx \phi^m + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)^m \cdot (\eta^{m+1} - \eta^m) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)^m \cdot (\xi^{m+1} - \xi^m) \quad (8)$$

$$\frac{d\phi}{dt} \approx \frac{\phi^{m+1} - \phi^n}{\Delta t} \approx \frac{\phi^m - \phi^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)^m \cdot (\eta^{m+1} - \eta^m) + \frac{1}{\Delta t} \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)^m \cdot (\xi^{m+1} - \xi^m) \quad (9)$$

n : old time, $n+1$: new time

m : new time & previous iteration, $m+1$: new time & new iteration

윗식에서 ϕ 는 종속변수(밀도 혹은 온도), η 와 ξ 는 독립변수(압력 및 에너지)를 의미한다.

1개의 계산체적에 대해 적용되는 (1) - (4) 식을 (8) 및 (9) 식을 사용하여 차분화하면 다음과 같이 식 (10)과 같은 형태로 나타나게 된다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_f^{m+1} - U_f^m \\ U_g^{m+1} - U_g^m \\ a^{m+1} - a^m \\ P^{m+1} - P^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_s \\ b_s \\ c_s \\ d_s \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} a_{so} \\ b_{so} \\ c_{so} \\ d_{so} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{sl} \\ b_{sl} \\ c_{sl} \\ d_{sl} \end{bmatrix} \cdot V_m^{m+1} + \begin{bmatrix} a_{\mathcal{L}} \\ b_{\mathcal{L}} \\ c_{\mathcal{L}} \\ d_{\mathcal{L}} \end{bmatrix} \cdot V_m^{m+1} \end{aligned} \quad (10)$$

즉, 차분화된 식을 정리하면 독립변수인 내부에너지와 압력 및 기공률향으로 정리할 수 있으며 생성향은 혼합상의 속도로 표시된다. 그리고 각 항의 계수는 모두 알고 있는 값(known value at previous iteration)이다. 위의 식을 압력에 대해 풀면 Cramer rule로부터 다음의 식(11)을 얻게 된다.

$$P_i^{m+1} - P_i^m = \frac{1}{Det} \cdot \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_s \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_s \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_s \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_s \end{bmatrix} \quad (11)$$

위의 식(11)은 우변에 속도를 포함하고 있으므로 비임계유로(Non-Critical flowlink)에 대해서 혼합체 운동량방정식인 식(5)를 차분화시킨 식(12)를 사용하여 소거한다.

$$V_m^{m+1} = PC_{oi} \cdot (P_i^{m+1} - P_{i+1}^{m+1}) + PC_{li} \quad (12)$$

즉, 식(12)를 식(11)에 대입하여 압력만의 향으로 표시되는 다음의 식(13)을 구한다.

$$A \cdot P_{i-1}^{m+1} + B \cdot P_i^{m+1} + C \cdot P_{i+1}^{m+1} = P_i^m + D \quad (13)$$

식(13)은 미지수(unknown value)는 압력뿐이고 계수는 모두 알려진 값(known values)이다.

한편 임계유동을 모사하기 위해 임계유동이 발생하는 유로(critical flowlink)에 대해서는 다음의 식(14)를 이용하였다. 즉, 임계유동조건이 되는 경우에는 하류의 압력을 사용하지 않고 상류 계산체적의 압력을 계산할 수 있도록 하였다. 즉, 식(12) 대신에 다음의 식(14)를 식 (11)에 대입한다.

$$V_c^{m+1} = V_c^m + \left[\frac{\partial V_c}{\partial P} \right]_i^m \cdot (P_i^{m+1} - P_i^m) \quad (14)$$

결국 임계유로가 포함된 계산체적에 대해서도 식 (13)과 같이 비임계유로로 연결된 계산체적의 압력방정식과 동일한 형태를 갖는다. 따라서 전 계산체적에 대해 압력을 구한 후 식(12)와 식(14)를 사용하여 속도를 구하고 이 속도를 식(10)에 대입하여 나머지 유동관련값들을 구한다.

2.5 검증계산

작성된 프로그램의 성능을 확인하기 위해 Marviken No.15 및 24 실험과 LOFT No.546 실험을 검증하였다. 각 실험의 주요조건은 참고문헌(6-11)에 나타나 있다. 이 두 실험은 모두 방출(blowdown)실험이지만 Marviken 실험은 압력용기의 상단부 초기조건은 2상유동 상태, 출구부근은 단상유동상태이며 LOFT실험은 압력용기 전체의 초기조건이 과냉상태로 단상유동상태라는 차이점이 있다. 그림 1과 그림 2에는 Marviken 및 LOFT 실험검증을 위한 개략적인 계산체적 및 유로를 나타내었다.

2.5.1 Marviken 검증계산

그림 3과 4에는 Marviken No.15 실험에 대한 해석결과가 나타나 있다. 계산체적은 노즐의 길이(L/D=3.6)를 고려하여 3개의 계산체적으로 표시하였다. 그림 3에서 보듯이 전체적으로 압력은 크게 예측되고 있으나 변화경향은 실험결과와 유사한 경향을 나타내고 있다. 그림 4에서 보듯이 노즐을 통한 질량방출량도 실험결과와 유사한 경향을 보이고 있다. 그러나 노즐의 조건이 단상인 경우에는 약간 작은 값을 보이고 2상조건인 경우에는 약간 크게 예측하고 있다. 그러나 이 차이는 다른 코드결과에서도 나타난다.

그림 5와 6에는 Marviken No.24 실험에 대한 해석결과가 나타나 있다. 노즐은 L/D(=0.3)값이 작기 때문에 별도의 계산체적은 설정하지 않고 유로(flow link)만으로 표시하였다. 전체적인 경향은 Marviken No.15 해석결과와 유사한 경향을 보이고 있다. 다만 압력은 No.15 경우에 비해 그 차이가 약간 증가한 결과를 보이고 있다.

본 연구의 목적은 Numerical Solver의 개발이었기 때문에 보조관계식들은 물리적 의미를 손상시키지 않는 범위에서 단순화시킨 것들을 사용하였다. 그러나 전체적으로 실험결과와 차이가 나는 것은 보조관계식들의 영향으로 판단된다. 일례로 2상압력손실증배계수를 변화시킬 경우 그림 5와 6에서 보듯이 계산결과는 차이를 나타내고 있다. 즉, 인위적으로 마찰계수를 10배 증가시킨 경우($10 * f_{HO}$)와 Armand Correlation^[1]을 사용한 경우의 압력강하율과 방출유량 계산결과는 차이를 보이고 있다. 또한 유동양식의 구분도 영향을 미치고 있다. 그림 5와 6에서 보듯이 기포류의 한계기공률에 따라 계산결과는 차이를 나타내고 있다. 즉, 한계기공률(α_B)을 0.35에서 0.15로 변경할 경우에 계산결과는 차이를 보이고 있다. 따라서 정확한 보조관계식을 사용함으로써 향상된 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

2.5.2 LOFT 검증계산

LOFT 546 실험은 전술한 바와 같이 압력용기의 초기조건이 과냉단상상태이다. 따라서 노즐이 포화상태를 지나 과열상태에 이를 때 용기 전체가 거의 동시에 2상상태로 변하게 되는 점에서 Marviken 실험과 차이가 있다. 그림 7에는 압력예측결과가 나타나 있다. 그림에서 알 수 있듯이 방출초기에 압력요동이 나타나는 것을 확인할 수 있다. 전체적으로 압력감소경향은 노즐이 단상유동인 경우에는 압력감소율이 크게 나타나지만 노즐이 2상유동상태에 이르면 압력감소율은 급격히 작아지는데 대체로 실험결과와 유사한 결과를 보이고 있다. 다만 실험의 경우 파단부의 완전개방에 소요되는 시간만큼의 시간지연이 있으므로 계산초기에 약간의 차이를 보이고 있으나 전체적으로 본 연구에서 수행된 검증결과는 다른 연구^[10]에서 예측된 결과와 유사한 경향을 보이는 것을 확인할 수 있었다.

3. 결론

드립프트 플릭스 모델을 사용한 1차원 5개방정식을 사용하여 2상 유동해석 프로그램을 작성하고 Henry-Fauske 임계유동모델을 사용하여 Marviken 실험과 LOFT 실험을 대상으로

성능을 검증하였다. 그 결과 프로그램의 안정성과 예측결과는 적절하였다. 추후 지배방정식 및 보조관계식들의 보강을 통해 좀더 성능을 개선할 것이다.

참고문헌

1. D.R.Liles et al., "TRAC-PD2 ; An Advanced Best Estimated Computer Program for PWR LOCA Analysis," USNRC Report NUREG/CR-2054,1981.
2. M.J.Thurgood et al.,"COBRA/TRAC - A Thermal-Hydraulics Code for Transient Analysis of Nuclear Reactor Vessels and Primary Coolant Systems," USNRC Report NUREG/CR-3046,1983.
3. D.R.Liles et al., "TRAC-PF1 ; An Advanced Best Estimated Computer Program for PWR Analysis," USNRC Report NUREG/CR-3567, 1984.
4. J. Loomis et al.,"THERMIT : A Computer Program for Three-Dimensional Thermal-Hydraulic Analysis of Light Water Reactor Cores," EPRI NP-2032, 1981.
5. "RELAP5/MOD3 Code Manual," NUREG/CR-5535, 1995.
6. K.Kim and H.J.Kim,"Assessment of RELAP5/MOD2 Critical Flow Model using Marviken Test Data 15 and 24," NUREG/IA-0086,KINS,1992.
7. J.A.Redfield and J.H.Murphy,"The FLASH-2 Method for Loss of Coolant Analysis," J.of Nucl.Appl.Vol.6, pp.127-136,1969.
8. T.S.Hwang et al., "Incorporation of Henry-Fauske Critical Flow Model into TRAC-PF1," Proceedings of the Korean Nuclear Society Spring Meeting, Seoul, May 1998.
9. T.A.Porsching et al.,"Stable Numerical Integration of Conservation Equations for Hydraulic Networks," Nuclear Sci.&Des.,Vol.43,pp.218-225,1971.
10. J.J.Jeong and H.C.No, "An Improved Numerical Scheme with the Fully-Implicit Two-Fluid Model for a Fast-Running System Code," Nuclear Eng. & Des., Vol.104,pp.145-153,1987.
11. "The Marviken Full-Scale Critical-Flow Tests," EPRI-NP-2370, EPRI, May 1982.

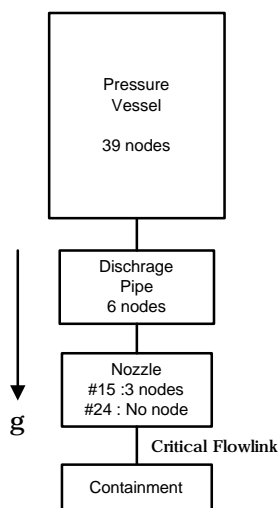


그림 1 Noding for Marviken Test 15 & 24

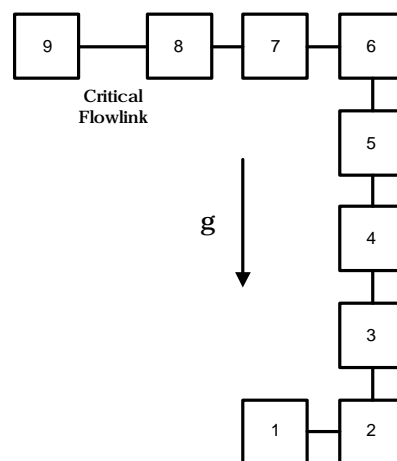


그림 2 Noding for LOFT Test No.546

그림 3 Comparison of Pressure for Marviken Test 15

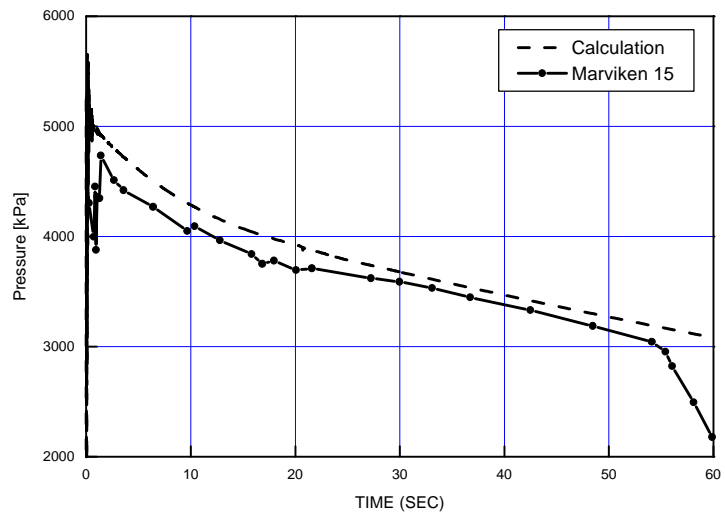


그림 4 Comparison of Flowrate for Marviken Test 15

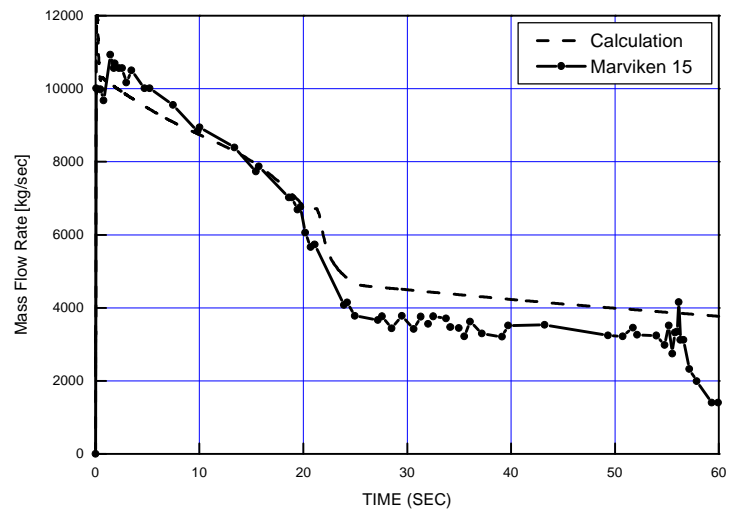


그림 5 Comparison of Pressure for Marviken Test 24

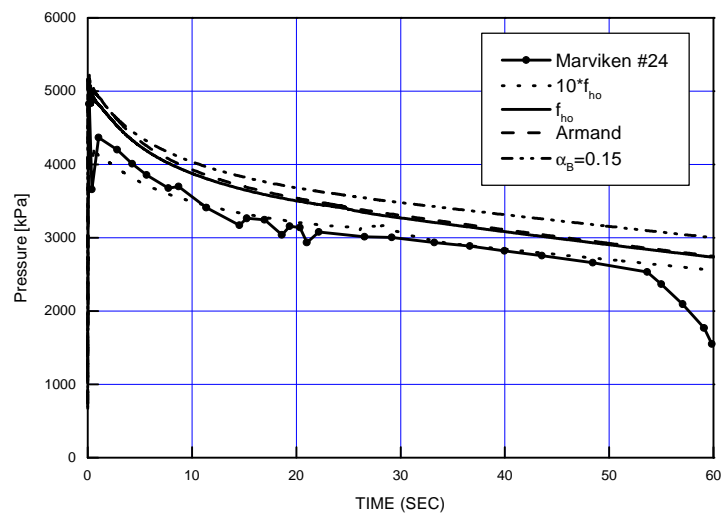


그림 6 Comparison of Flowrate for Marviken Test 24

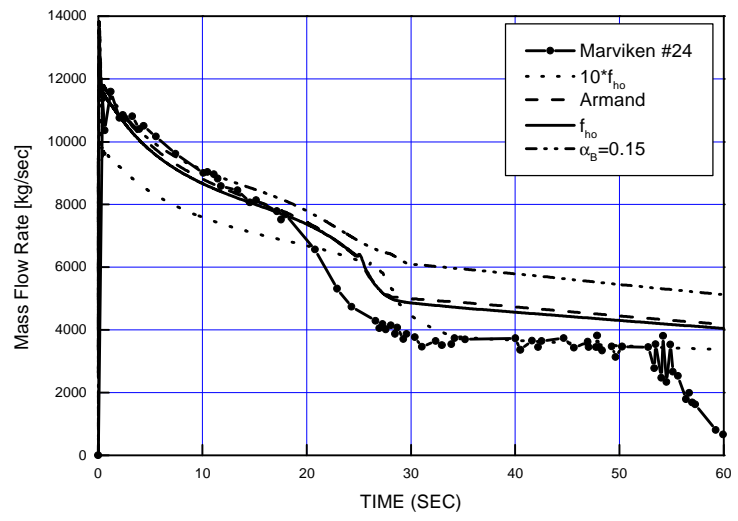


그림 7 Comparison of Pressure for LOFT Test 546

